

УДОСКОНАЛЕННЯ АНАЛІТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРІЇ ІГОР

Тютюнник Ю.М., к.е.н., доцент

Обґрунтована необхідність удосконалення аналітичної роботи суб'єктів господарювання з використанням теорії ігор як економіко-математичного методу дослідження операції для прийняття оптимальних управлінських рішень в умовах конфліктів, суперечностей, різних інтересів та невизначеності.

Ключові слова: конфлікт, гравці, гра, стратегія гравця, максимінна стратегія, мінімаксна стратегія, оптимальна стратегія.

I. Вступ. Збільшення об'єктів аналітичного дослідження і функцій управління вимагає удосконалення економічного аналізу на основі застосування економіко-математичних методів. Перевагою їх використання є прискорення проведення економічного аналізу, більш повний аналіз впливу факторів на результати діяльності, підвищення аналітичності розрахунків.

Застосування економіко-математичних методів потребує [1, с.131]:

- системного підходу до об'єкта дослідження, врахування взаємозв'язків і взаємовідносин з іншими суб'єктами господарської діяльності;
- розробки економіко-математичних моделей, що відображають кількісні показники господарської діяльності підприємства для найбільш повного та достовірного відображення процесу функціонування як підприємства, так і його структурних підрозділів;
- удосконалення системи інформаційного забезпечення управління підприємством з використанням сучасних комп'ютерних технологій.

II. Постановка завдання. Теорія ігор, як метод дослідження операцій, - це теорія математичних моделей прийняття оптимальних рішень в умовах невизначеності або конфлікту декількох сторін, що мають різні інтереси, і для досягнення своїх цілей користуються різними шляхами. Отже, завдання зводиться до обґрунтування оптимального управлінського рішення з урахуванням інтересів різних суб'єктів (гравців).

III. Результати. Основними поняттями теорії ігор є поняття конфлікту, кроку (ходу), стратегії.

Конфлікт – це явище, про яке доцільно з'ясувати: хто і як бере в ньому участь, які його можливі наслідки, хто є зацікавленим в тих наслідках, в чому ця зацікавленість проявляється і т. ін. Всі ці дані повинні бути записані у вигляді найпростіших математичних співвідношень.

Учасники, які беруть участь у конфлікті, називаються гравцями. Під грою розуміють таку послідовність дій (ходів) гравців (їх, як правило, позначають А, В, С, ...), яка здійснюється відповідно до чітко сформульованих правил, які враховують всі можливі ситуації, що можуть трапитись. Вважається, що інтереси гравців піддаються кількісному опису, тобто задаються певними числами.

Ходом гравця називається вибір однієї з можливих, згідно з правилами гри, дії та її здійснення.

Стратегією гравця називається план, що показує, який вибір він буде здійснювати в будь-якій можливій ситуації і при будь-якій можливій фактичній інформації.

Завданням теорії ігор є розробка рекомендацій гравцям, тобто визначення для них оптимальних стратегій. Під оптимальною стратегією розуміють таку стратегію, яка при багатократному повторенні забезпечує гравцю максимально можливий середній виграш.

Залежно від цілей гри та її характеру використовується така умовна класифікація [2, с.157]:

- 1) за кількістю гравців, які беруть участь у грі:
 - гра двох осіб;
 - гра трьох осіб і т. д.;
- 2) за кількістю стратегій:
 - задачі із кінченою кількістю стратегій;
 - задачі з нескінченною кількістю стратегій;
- 3) за властивостями цільової функції гри:
 - ігри з нульовою сумою;
 - ігри з ненульовою сумою;
- 4) за попередньою домовленістю відносно можливих дій:
 - кооперативні (з деякими домовленостями);
 - некооперативні (без будь-яких домовленостей);
- 5) за кінцевим результатом:

- антагоністичні (перемога однієї сторони неминуче призводить до поразки іншої сторони);
- матричні (набір стратегій обмежений).

Розглянемо гру, в якій беруть участь два гравці, один з яких може вибрати стратегію i із n своїх можливих стратегій ($i = 1, 2, \dots, n$), другий, не знаючи вибору першого, вибирає стратегію j із своїх можливих стратегій ($j = 1, 2, \dots, m$). В результаті перший гравець (А) виграє a_{ij} , а другий (В) програє цю величину.

Величини a_{ij} утворюють платіжну матрицю (матрицю гри):

$$[a_{ij}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} B_1 & \dots & B_m \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_n \end{matrix} & \left(\begin{array}{ccc} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & \dots & a_{2m} \\ \dots & & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{array} \right) \end{matrix}$$

Рядки матриці $[a_{ij}]$ відповідають стратегіям ($A_1, A_2, \dots, A_n$) гравця А, а стовпці – стратегіям ($B_1, B_2, \dots, B_m$) гравця В. Дані стратегії називаються чистими. Будемо вважати, що при $a_{ij} > 0$ гравець А виграє, а гравець В програє величину a_{ij} . Якщо $a_{ij} < 0$, то, навпаки, виграє гравець В і програє гравець А.

Спочатку знайдемо найкращу із стратегій гравця А, тобто найкращу серед $A_1, A_2, \dots, A_n$ з врахуванням можливих відповідей на неї гравця В. При цьому потрібно розраховувати на те, що на довільну стратегію A_i гравець В відповість стратегією B_j , для якої виграш гравця А виявиться мінімальним. Для знаходження стратегії B_j необхідно в i -му рядку платіжної матриці знайти $b_i = \min a_{ij}$. При зміні стратегій гравця А одночасно будуть змінюватись відповідні їм числа b_i . Зрозуміло, що гравцеві А вигідно завжди зупинитися на такій стратегії A_i , для якої значення $b = \max b_i$, або, враховуючи значення b_i , одержимо $b = \max \min a_{ij}$.

Число b називається нижньою ціною гри або максиміном, а відповідна його стратегія (рядок) – максимінною.

Якщо гравець А буде дотримуватись максимінної стратегії, то йому, при довільній поведінці гравця В, в будь-якому випадку гарантований виграш не менший b .

Аналогічно можна визначити найкращу стратегію гравця В, мета якого – привести виграш гравця А до мінімуму. Для цього гравець В прагне для кожної своєї стратегії B_j одержати максимальне

значення виграшу при довільній стратегії гравця, тобто він шукає значення $v_j = \max_i a_{ij}$.

Проте гравець В не може розраховувати на те, що гравець А дозволить йому одержати будь-який з виграшів v_j . Єдине, на що може розраховувати гравець В, то це на те, щоб одержати виграш, який буде не меншим за величину $v = \min \max a_{ij}$.

Величина v називається верхньою ціною гри або мінімаксом, а відповідна йому стратегія гравця (стовпець) – мінімаксною. Мінімаксна стратегія є найобережнішою стратегією для гравця В, яка забезпечує йому в будь-якому випадку програш, не більший b і, відповідно, виграш гравцеві А, так само не більший v . Якщо $b = v = v$, то число v називається ціною гри.

Гра, для якої $b=v$, тобто мінімаксне значення рівне максимінному, називається грою із сідловою точкою. Для гри із сідловою точкою знаходження розв'язку полягає у виборі максимінної і мінімаксної стратегій, які є оптимальними. „Оптимальність” тут означає, що ні один гравець не прагне змінити свою стратегію, оскільки його суперник може на це відповісти вибором іншої стратегії, яка може дати гірший результат для першого гравця.

Взагалі значення гри повинно задовольнити нерівності:

$$[\text{Максимінне значення}] \leq [\text{Значення гри}] \leq [\text{Мінімаксне значення}]$$

Покажемо приклад застосування теорії ігор у формуванні виробничої програми підприємства. ДП „Веселка” виготовляє продукцію двох видів: кухонні комбайни та міксери, збут яких залежить від обсягів виробництва аналогічної продукції конкуруючим підприємством. Затрати на виробництво і збут одного кухонного комбайна складають 360 грн., міксера – 120 грн., а ціна реалізації одиниці продукції дорівнює відповідно: 480 грн. та 190 грн. При виборі підприємством-конкурентом стратегії С ДП „Веселка” може реалізувати протягом місяця 200 кухонних комбайнів та 340 міксерів; при виборі підприємством-конкурентом стратегії Д – 180 кухонних комбайнів і 390 міксерів. Необхідно знайти оптимальну стратегію випуску продукції з урахуванням зовнішніх факторів, при якій підприємство отримає середній прибуток незалежно від стратегії підприємства-конкурента.

Підприємство може приймати дві стратегії: організувати випуск продукції в розрахунку на стратегію С підприємства-конкурента (стратегія А) або в розрахунку на його стратегію Д (стратегія В).

Якщо ДП „Веселка” прийме стратегію А, то його прибуток при виборі підприємством-конкурентом стратегії С складе:

$$200 \times (480 - 360) + 340 \times (190 - 120) = 24000 + 23800 = 47800 \text{ грн.}$$

При стратегії Д підприємства-конкурента ДП „Веселка” буде здійснювати свою стратегію В, маючи прибуток:

$$180 \times (480 - 360) + 390 \times (190 - 120) = 21600 + 27300 = 48900 \text{ грн.}$$

Якщо ДП „Веселка” буде поперемінно використовувати то стратегію А, то стратегію В, то така стратегія називатиметься змішаною, а її елементи А і В – чистими стратегіями.

Якщо гравець P_1 (ДП „Веселка”) прийме оптимальну змішану стратегію, то незалежно від стратегії гравця P_2 (підприємство-конкурент) він повинен отримати однаковий середній прибуток.

Позначимо частоту використання гравцем P_1 стратегії А через f , тоді частота використання ним стратегії В буде рівна $(1-f)$. Визначимо середній прибуток за формулою:

$$47800f = 48900(1-f);$$

$$47800f = 48900 - 48900f;$$

$$96700f = 48900;$$

$$f = 48900 \div 96700 = \approx 0,5057.$$

$$1-f = 47800 \div 96700 = \approx 0,4943.$$

При стратегії С гравця P_2 середній прибуток ДП „Веселка” складе:

$$47800 \times (48900 \div 96700) = 24172 \text{ грн.}$$

При стратегії Д гравця P_2 середній прибуток підприємства становитиме:

$$46900 \times (1 - 48900 \div 96700) = 48900 \times (47800 \div 96700) = 24172 \text{ грн.}$$

Отже, гравець P_1 , використовуючи чисті стратегії А і В в співвідношенні 489 : 478, буде мати оптимальну змішану стратегію, що забезпечить йому середній прибуток в сумі 24172 грн. незалежно від стратегії підприємства-конкурента.

Нарешті, визначимо оптимальні обсяги випуску продукції:

$$\begin{aligned} & (200+340) \times 48900 \div 96700 + (180+390) \times 47800 \div 96700 = \\ & = ((200 \times 48900 + 180 \times 47800) + (340 \times 48900 + 390 \times 47800)) \div \\ & \div 96700 = (183840000 + 352680000) \div 96700 = 190 + 365. \end{aligned}$$

Отже, оптимальна стратегія ДП „Веселка” означає випуск 190 кухонних комбайнів і 365 міксерів. Тоді при будь-якій стратегії

підприємства-конкурента воно отримає середній прибуток в сумі 24172 грн.

IV. Висновки. Рішення, які приймаються за допомогою теорії ігор, корисні при складанні планів в умовах можливих протидій конкурентів або невизначеності у зовнішньому середовищі. При цьому визначаються наступні умови гри: правила гри і кількість учасників, можливі стратегії гравців і можливість отримання вигоди.

Значимість теорії ігор в аналітико-економічних дослідженнях визнана світовою науковою спільнотою. У 2005 році Нобелівську премію у галузі економіки присуджено вченим з Ізраїлю Роберту Ауманну і США Томасу Шеллінгу „за внесок у розуміння явищ співпраці і конфлікту через аналіз теорії ігор”.

Література:

1. Економічний аналіз: Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів спеціальності 7.050106 „Облік і аудит”/ За ред. проф. Ф.Ф. Бутинця. – Житомир: ПП „Рута”, 2003. – 680 с.
2. Теорія економічного аналізу: Підручник / В.М. Сердинська, О.М. Загородна, Р.В. Федорович; За ред. Р.В. Федоровича. – Тернопіль: „Укрмедкнига”, 2002. – 323 с.