

## МЕТОД СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНЫХ ПО СТОИМОСТНЫМ (ВРЕМЕННЫМ) ЗАТРАТАМ КОМПОЗИЦИОННЫХ ПЛАНОВ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

*Разработан метод синтеза оптимальных по стоимостным (временным) затратам композиционных планов многофакторного эксперимента, позволяющий проводить поиск без полного перебора всех вариантов перестановок. В традиционном методе планирования многофакторных экспериментов до получения адекватной математической модели реализуется последовательная достройка планов эксперимента по следующей схеме: дробный факторный эксперимент (ДФЭ) → полный факторный эксперимент (ПФЭ) → ортогональное центральное композиционное планирование (ОЦКП) → ротатабельное центральное композиционное планирование (РЦКП). Суть разработанного метода заключается в том, что ядро композиционного плана (ДФЭ или ПФЭ) оптимизируется по стоимостным (временным) затратам с использованием подхода, основанного на применении кода Грэя. Планы, являющиеся достройками ядер до планов ОЦКП или РЦКП, оптимизируются одним из методов (или их комбинацией), например, анализ перестановок строк матрицы планирования, случайный поиск, метод ветвей и границ, генетические алгоритмы, жадный алгоритм, имитация отжига и т.д.*

*Проверка работоспособности разработанного метода осуществлена на примере исследования полупроводникового терморегулятора. При этом оптимизированное с использованием кода Грэя ядро композиционного плана (ПФЭ) достраивалось до плана РЦКП серией опытов, оптимизация которых по стоимостным (временным) затратам выполнена комбинированным методом (жадный алгоритм и имитация отжига).*

**Ключевые слова:** оптимальный план, композиционные планы, метод, стоимость, время.

**Постановка задачи.** Экспериментальные методы исследования широко применяются в науке и технике для получения математических моделей различных объектов. При этом во многих случаях объекты исследования описываются математическими моделями второго порядка, для получения которых необходима реализация экспериментов по композиционным планам ортогонального (ОЦКП) и ротатабельного (РЦКП) центрального композиционного планирования [1]. От порядка реализации опытов композиционных планов будет существенно зависеть стоимость (время) их проведения. Поэтому необходимо разработать метод синтеза оптимального по стоимостным (временным) затратам композиционного плана.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Известны примеры построения оптимальных композиционных планов многофакторных экспериментов, основанные на применении следующих методов оптимизации [2,3]: анализ перестановок, случайный поиск, метод ветвей и границ, метод последовательных приближений. Перечисленным методам присущи как достоинства, так и недостатки. Например, при большом количестве факторов для полного перебора всех строк матрицы планирования требуется много времени. Методы случайного поиска, ветвей и границ, последовательного приближения не всегда гарантируют получение оптимального плана эксперимента, т.е. результаты оптимизации являются приближенными.

Все это требует разработки метода оптимизации композиционных планов по стоимостным (временным) затратам.

**Цель статьи.** Разработка метода синтеза оптимальных по стоимостным (временным) затратам композиционных планов многофакторного эксперимента.

**Основные материалы исследования.** В традиционном методе планирования многофакторных экспериментов до получения адекватной математической модели реализуется последовательная достройка планов эксперимента по следующей схеме: дробный факторный эксперимент (ДФЭ) → полный факторный эксперимент (ПФЭ) →

ортогональное центральное композиционное планирование (ОЦКП) → ротатабельное центральное композиционное планирование (РЦКП).

Суть разработанного метода построения оптимальных композиционных планов с учетом традиционной схемы планирования заключается в следующем.

1. Если ядром композиционного плана является дробный факторный эксперимент, то план ДФЭ оптимизируется по стоимостным (временным) затратам с использованием метода синтеза таких планов, приведенным в работе [4].

2. Если ядром композиционного плана является полный факторный эксперимент, то план ПФЭ оптимизируется по стоимостным (временным) затратам по методу синтеза таких планов, приведенному в работе [5].

3. Планы, являющиеся достройками вышеприведенных ядер до планов ОЦКП или РЦКП, оптимизируются по стоимостным (временным) затратам одним из методов (или их комбинацией), например, анализ перестановок строк матрицы планирования, случайный поиск, метод ветвей и границ, генетические алгоритмы, жадный алгоритм, имитация отжига и т.д.

4. Суммарная стоимость (время) проведения эксперимента определяется как сумма стоимостей (времен) реализации ядра композиционного плана и его достройки до планов ОЦКП или РЦКП.

Проверка работоспособности предложенного метода для оптимизации планов РЦКП осуществлялась на примере исследования полупроводникового терморегулятора [3]. При этом стоимости изменений уровней факторов для данного объекта приведены в работе [3].

В результате применения предложенного метода синтеза композиционных планов получен оптимальный по стоимости план ядра (ПФЭ) (рис. 1).

X <sub>4</sub>	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1
X <sub>1</sub>	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1
X <sub>2</sub>	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1
X <sub>3</sub>	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1

Рис. 1. План ядра (ПФЭ) композиционного плана РЦКП

Стоимость реализации эксперимента по полученному плану составляет 107 у.е., в то время как стоимость плана, полученного методом случайного поиска – 115 у.е.

Оптимизация плана достройки ПФЭ до РЦКП осуществлялась методом имитации отжига, жадным алгоритмом и комбинированным методом (жадный алгоритм и имитация отжига).

Результаты сравнения по стоимости реализации планов приведены в таблице 1, а оптимальный план, полученный комбинированным методом, приведен в таблице 2.

Таблица 1

Сравнение результатов оптимизации по стоимости реализации плана достройки ПФЭ до РЦКП

Алгоритм	Стоимость плана, у.е.	Время оптимизации, с
Жадный алгоритм	296,4	0,061
Алгоритм имитации отжига	146,4	0,099
Перестановка строк матрицы	193,4	–
Стоимость исходного плана	336,4	–
Максимальная стоимость	384,9	–
Метод случайного поиска	166,2	–
Комбинированный (жадный алгоритм → имитация отжига)	86,4	0,175

Таблица 2

План достройки ПФЭ до РЦКП

$X_4$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
0	0	0	$\alpha$
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
$X_4$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
$\alpha$	0	0	0
0	0	0	0
- $\alpha$	0	0	0
0	0	$\alpha$	0
0	$\alpha$	0	0
0	0	- $\alpha$	0
0	- $\alpha$	0	0
0	0	0	- $\alpha$

**Выводы.** Разработан метод синтеза оптимальных по стоимостным (временным) затратам планов ОЦКП и РЦКП, позволяющий проводить поиск плана без полного перебора вариантов перестановок. Синтезирован оптимальный план РЦКП для исследование полупроводникового терморегулятора.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Давыденко А.П. Организация и планирование научных исследований, патентоведение / А.П. Давыденко. – Х.: НТУ «ХПИ», 2004. – 320 с.
2. Оптимальне планування експерименту при дослідженні технологічних процесів, пристріїв і систем: навч. посіб. / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко, О.В. Заболотний та ін.. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т «Харк. авіац. ін-т», 2009. – 161 с.
3. Кошевої Н.Д. Оптимальное по стоимостным и временным затратам планирование эксперимента / Н.Д. Кошевої, Е.М. Костенко. – Полтава: издатель Шевченко Р.В., 2013. – 317 с.
4. Кошевої Н.Д. Синтез оптимальных по стоимостным или временными затратам планов полного факторного эксперимента / Н.Д. Кошевої, И.И. Кошевая, Л.Г. Раскин // Радиоелектронні і комп'ютерні системи. – 2016. – №2. – С. 46-50.
5. Кошевої Н.Д. Синтез оптимальных по стоимостным или временными затратам планов дробного факторного эксперимента / Н.Д. Кошевої, А.В. Заболотний, И.И. Кошевая // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. пр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2016. – Вып. 72. – С. 177–182.

#### REFERENCES:

1. Davyidenko A.P. Organizatsiya i planirovaniye nauchnyih issledovaniy, patentovedenie / A.P. Davyidenko. – H.: NTU «HPI», 2004. – 320 s.
2. Optimalne planuvannya eksperimentu pri doslidzhenni tehnologichnih protsesiv, pristroyiv i sistem: navch. posib. / M.D. Koshevyy, O.M. Kostenko, O.V. Zabolotnyi ta in.. – H.: Nats. aerokosm. un-t «Khark. aviac. in-t», 2009. – 161 s.
3. Koshevoi N.D. Optimalnoe po stoimostnym i vremennyim zataratam planirovaniyu eksperimenta / N.D. Koshevoi, E.M. Kostenko. – Poltava:izdatel Shevchenko R.V., 2013. – 317 s.

4. Koshevoy N.D. Sintez optimalnyih po stoimostnym ili vremennyim zatrataam planov pol'nogo faktornogo eksperimenta / N.D. Koshevoy, I.I. Koshevaya, L.G. Raskin // Radioelektronni i komp'yuterni sistemy. – 2016. – №2. – S. 46-50.

5. Koshevoy N.D. Sintez optimalnyih po stoimostnym ili vremennyim zatrataam planov drobnogo faktornogo eksperimenta / N.D. Koshevoy, A.V. Zabolotnyiy, I.I. Koshevaya // Otkrytye informatsionnyie i kompyuternye integrirovannyie tekhnologii: sb. nauch. tr. Nats. aerokosm. un-ta im. N.E. Zhukovskogo «ХАІ». 2016. – Vip. 72. – S. 177–182.

**Рецензент:** д.т.н., проф. Угрюмов М.Л., профессор кафедры информатики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

д.т.н., проф. Кошовий М.Д., к.т.н., доц. Заболотний О.В.,  
Кошова І.І., д.т.н., доц. Костенко О.М.

## МЕТОД СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНИХ ЗА ВАРТІСНИМИ (ЧАСОВИМИ) ВИТРАТАМИ КОМПОЗИЦІЙНИХ ПЛАНІВ БАГАТОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

*Розроблено метод синтезу оптимальних за вартісними (часовими) витратами композиційних планів багатофакторного експерименту, який дозволяє проводити пошук без повного перебору всіх варіантів перестановок.*

У традиційному методі планування багатофакторних експериментів до отримання адекватної математичної моделі реалізується послідовна добудова планів експерименту за наступною схемою: дрібний факторний експеримент ( $DFE$ ) → повний факторний експеримент ( $FFE$ ) – ортогональне центральне композиційне планування ( $OCCP$ ) → ротатабельне центральне композиційне планування ( $RCCP$ ). Суть розробленого методу полягає в тому, що ядро композиційного плану ( $DFE$  або  $FFE$ ) оптимізується за вартісними (часовими) витратами з використанням підходу, заснованого на застосуванні коду Грея. Плани, які є добудовами ядер до планів  $OCCP$  або  $RCCP$ , оптимізуються одним з методів (або їх комбінацією), наприклад, аналіз перестановок рядків матриці планування, випадковий пошук, метод гілок і меж, генетичні алгоритми, жадібний алгоритм, імітація відпалу і т.і.

Оцінка працездатності розробленого методу реалізована на прикладі дослідження напівпровідникового терморегулятора. При цьому оптимізоване з використанням коду Грея ядро композиційного плану ( $FFE$ ) добудовувалося до плану  $RCCP$  серією дослідів, оптимізація яких за вартісними (часовими) витратами виконана комбінованим методом (жадібний алгоритм і імітація відпалу).

**Ключові слова:** оптимальний план, композиційні плани, метод, вартість, час.

Prof. Koshevoy N.D., Ph.D. Zabolotnyi A.V., Koshevaya I.I., prof. Kostenko E.M.  
**THE METHOD OF SYNTHESIS OF THE OPTIMAL COMPOSITE PLANS  
OF MULTIFACTOR EXPERIMENT IN COST (TIME)**

*The method of synthesis of the optimum composite plans of multivariate experiment in cost (time) has been designed. It allows to carry out searches without a complete search of all the permutations of options. In the traditional method of multifactor experiments planning for obtaining an adequate mathematical model it is implemented consistent completion of experiment plans as follows: fractional factorial experiment (FrFE) → full factorial experiment (FFE) → orthogonal central compositional planning (OCCP) → rotatable central composite plan (RCCP). The essence of this method lies in the fact that the core of the composite plan (FrFE or FFE) are optimized in cost (time) using an approach based on the use of Gray code. The plans, which are the completion of the nuclei to OCCP or RCCP plans, optimizing one of the methods (or their combination), for example, analysis of the rows planning matrix permutations, random search, branch and bound method, genetic algorithms, greedy algorithm, simulated annealing, etc.*

*Checking the efficiency of this developed method was carried out for an example of the semiconductor thermostat. This optimized core of composite plan(FFE) by using Gray code finished building plan RCCP with the series of experiments, optimization of which were carried out in costs (time) by the combined method (the greedy algorithm and simulated annealing).*

**Keywords:** optimal plan, composite plans, method, cost, time.

