

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПОЛТАВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Л. О. Дорогань-Писаренко

О. В. Єгорова

А. І. Рудич

СТАТИСТИКА

Навчальний посібник

Полтава – 2021

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПОЛТАВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Л. О. Дорогань-Писаренко

О. В. Єгорова

А. І. Рудич

СТАТИСТИКА

Навчальний посібник

Полтава – 2021

УДК 311.21(075.8)
Д69

Автори:

Дорогань-Писаренко Людмила Олександрівна, кандидат економічних наук, професор (авторський внесок – загальна редакція, теми 1–2, список рекомендованих джерел, усього 3,0 др. арк.);

Єгорова Олена Володимирівна, кандидат економічних наук, доцент (авторський внесок – теоретичний матеріал та тести до тем 3–9, усього 4,7 др. арк.);

Рудич Алла Іванівна, кандидат економічних наук, доцент (авторський внесок – передмова, практичні завдання до тем 3–9, додатки, усього 3,0 др. арк.).

Рецензенти:

– **Жадько К. С.**, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри підприємництва, маркетингу та економіки підприємства Університету митної справи та фінансів (м. Дніпро);

– **Онегіна В. М.**, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри економіки та маркетингу Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка;

– **Плаксієнко В. Я.**, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри бухгалтерського обліку та економічного контролю Полтавського державного аграрного університету.

Рекомендовано до видання вченою радою Полтавської державної аграрної академії (протокол № 1 від 24.09.2020 р.).

Дорогань-Писаренко Л. О., Єгорова О. В., Рудич А. І. Статистика: навч. посібник. Полтава: РВВ ПДАУ. 2021. 300 с.

В навчальному посібнику висвітлені теми, що розкривають етапи статистичних досліджень – проведення статистичних спостережень, зведення та групування статистичних даних, визначення узагальнюючих статистичних показників, вимірювання взаємозв'язків між явищами та процесами. Посібник розрахований переважно на здобувачів вищої освіти галузей знань 07 «Управління та адміністрування» та 05 «Спеціальні та поведінкові науки».

УДК 311.21(075.8)
Д69

© Дорогань-Писаренко Л. О.
© Єгорова О. В.
© Рудич А. І.

ЗМІСТ

	с.
ПЕРЕДМОВА.....	5
ТЕМА 1. ПРЕДМЕТ І МЕТОД СТАТИСТИКИ.....	7
1.1. Загальне поняття статистики, предмет статистичної науки	7
1.2. Основні категорії статистики	12
1.3. Метод статистики.....	14
Тести.....	17
Практичні завдання	21
ТЕМА 2. СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ.....	24
2.1. Поняття статистичного спостереження	24
2.2. Форми та види статистичних спостережень	27
2.3. Робочі документи спостереження	32
2.4. Помилки статистичного спостереження	34
Тести.....	36
Практичні завдання	40
ТЕМА 3. ЗВЕДЕННЯ ТА ГРУПУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ	43
3.1. Сутність статистичного зведення.....	43
3.2. Статистичне групування, статистичні ряди розподілу	44
3.3. Методика побудови рядів розподілу	47
3.4. Статистичні таблиці	52
Тести.....	56
Практичні завдання	60
ТЕМА 4. УЗАГАЛЬНЮЮЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ	64
4.1. Поняття та види статистичних показників	64
4.2. Відносні показники	68
4.3. Об'ємні середні величини	71
4.4. Структурні середні величини.....	78
Тести.....	82
Практичні завдання	87
ТЕМА 5. АНАЛІЗ РЯДІВ РОЗПОДІЛУ	93
5.1. Центральна тенденція ряду розподілу. Оцінка нерівномірності розподілу.....	93
5.2. Варіація ознак. Показники варіації.....	98
5.3. Види дисперсій, правило їх додавання.....	103
5.4. Графічне зображення рядів розподілу	107
Тести.....	112
Практичні завдання	116
ТЕМА 6. ВИБІРКОВИЙ МЕТОД.....	118
6.1. Поняття вибіркового дослідження.....	118

6.2. Способи відбору до вибіркової сукупності.....	121
6.3. Помилки вибіркового дослідження.....	126
6.4. Етапи вибіркового дослідження.....	129
Тести.....	133
Практичні завдання	139
ТЕМА 7. СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ..	142
7.1. Види взаємозв'язків соціально-економічних явищ	142
7.2. Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків	145
7.3. Дисперсійний аналіз.....	150
7.3.1. Поняття дисперсійного аналізу.....	150
7.3.2. Однофакторний дисперсійний аналіз	152
7.3.3. Двофакторний дисперсійний аналіз.....	156
7.4. Кореляційно-регресійний аналіз	163
7.4.1. Загальне поняття кореляційно-регресійного аналізу	163
7.4.2. Однофакторна прямолінійна кореляція	167
7.4.3. Криволінійна кореляція.....	172
7.4.4. Множинна кореляція	176
Тести.....	180
Практичні завдання	186
ТЕМА 8. АНАЛІЗ ДИНАМІКИ.....	191
8.1. Статистичні ряди динаміки, їх види та правила побудови	191
8.2. Аналітичні показники рядів динаміки	193
8.3. Поняття основної тенденції розвитку.....	200
8.4. Прийоми аналізу рядів динаміки	205
8.5. Вимірювання сезонності	211
Тести.....	214
Практичні завдання	218
ТЕМА 9. ІНДЕКСНИЙ МЕТОД.....	225
9.1. Поняття статистичних індексів, індексний метод	225
9.2. Види індексів.....	227
9.3. Базисні та ланцюгові індекси	232
9.4. Агрегатні індекси.....	234
9.5. Середні індекси	237
9.6. Індекси фіксованого та змінного складу	239
9.7. Взаємозв'язок індексів.....	242
Тести.....	246
Практичні завдання	250
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ	257
ДОДАТКИ	260

ПЕРЕДМОВА

Прискорення соціально-економічного розвитку сфер національної економіки України та підвищення ефективності суспільного виробництва вимагають широкого аналітичного підходу і застосування статистико-математичних методів в наукових розробках та дослідженнях.

Значна роль у вивченні та ефективному вирішенні завдань розвитку національної економіки належить статистичній науці, перед якою поставлені важливі завдання, щодо подальшого вдосконалення системи економічних показників, забезпечення усіх рівнів управління країни вичерпною, достовірною і вірогідною статистичною інформацією та статистичного аналізу їх динаміки, тенденцій та закономірностей. За сучасних умов господарювання об'єктивно висувуються нові вимоги до статистичної теорії та практики для того, щоб статистика, як наука і сфера практичної діяльності, стала дійовим інструментом ефективного управління на мікро- та макрорівнях.

Статистична підготовка є важливою складовою методологічної підготовки в галузі кількісного і якісного аналізу масових суспільних явищ і процесів, що сприяє підвищенню їх загального економіко-статистичного рівня. У зв'язку з цим, метою даного навчального посібника є формування у здобувачів вищої освіти системи теоретичних знань і практичних загальних і професійних компетентностей, що забезпечить високий рівень програмних результатів проведення статистичного дослідження кількісних і якісних співвідношень між масовими соціальними та економічними явищами і процесами, як інформаційно-аналітичної бази розробки і забезпечення ефективності та результативності управлінських рішень.

У навчальному посібнику розглянуті основні питання організації процесу статистичного спостереження, в тому числі вибіркового дослідження, групування та подання статистичних даних у таблицях та малюнках, викладені методики розрахунку узагальнюючих статистичних показників, аналізу варіації, диференціації, концентрації та подібності в рядах розподілу, розкривається методика аналізу інтенсивності та тенденцій розвитку та коливань в рядах динаміки, глибоко висвітлено питання статистичного вимірювання взаємозв'язків та особливості використання індексного аналізу для дослідження економічних явищ і процесів.

Теоретичний матеріал підкріплений наведеними конкретними прикладами та розв'язаннями типових ситуацій і задач, а також надані завдання для самостійного розв'язання та тести і питання для самоконтролю.

Навчальний посібник відзначається оригінальністю ілюстрацій та розрахунково-аналітичних прикладів на основі використання сучасних статистичних даних України, завдяки чому теоретичний матеріал більш доступний і зрозумілий. Призначений посібник для здобувачів вищої освіти вищих навчальних закладів усіх форм навчання, слухачів інститутів та факультетів післядипломної освіти, курсів перепідготовки, працівників підприємницьких та фінансових структур для самостійного вивчення дисципліни «Статистика».

Успішне оволодіння матеріалами навчального посібника сприятиме розвитку аналітичного мислення у здобувачів вищої освіти та дозволить використовувати статистичні методи при прийнятті ефективних професійних рішень.

ТЕМА 1. ПРЕДМЕТ І МЕТОД СТАТИСТИКИ

1.1. Загальне поняття статистики, предмет статистичної науки.

1.2. Основні категорії статистики.

1.3. Метод статистики.

1.1. Загальне поняття статистики, предмет статистичної науки

Термін «статистика» (походить з лат. «status» – положення, стан явищ) вживають у кількох значеннях.

Сучасні значення терміну «статистика»:

1) дані, що характеризують масові суспільні явища та процеси;

До наукової термінології поняття «статистика» увійшло XVIII століття у значенні «державознавство», тобто як сукупність знань, відомостей про державу. Наразі майже усі аспекти людської діяльності піддаються виміру за допомогою статистичних показників. Статистика за допомогою числових характеристик масових суспільних явищ і процесів дає оцінку їх стану. Наприклад, ведеться статистика чисельності населення країни, вартості її валового національного доходу, рівня інфляції, інших показників суспільного життя.

Значення своєчасних і надійних статистичних даних для виміру різних аспектів життя суспільства неоціненно. Статистичні дані задовольняють потреби в інформації юридичних та фізичних осіб, учасників суспільного життя. Вони надають інформацію про тенденції та чинники, які впливають на життя кожної людини, є підставою для планування державної політики, підприємницької та громадської діяльності. Наприклад, статистичні дані враховують при складанні бюджетів у галузях медицини, освіти тощо.

Однак, слід визнати що іноді статистичну інформацію свідомо викривляють або подають у неповному вигляді, наприклад органи влади оприлюднюють лише ті статистичні дані, які можна представити як свої здобутки.

Отримують статистичні показники у процесі збирання, обробки та зберігання даних, який також називають статистикою.

2) галузь практичної діяльності, спрямована на одержання, обробку, аналіз та оприлюднення масових даних про явища і процеси суспільного життя;

За зародженням статистики можна простежити з тих часів, коли виникла арифметика (перші згадки щодо використання чисел відносяться до часів Вавилонського царства та Стародавнього Єгипту і датуються III-II ст. до н. е.) та з'явилась потреба у кількісному вимірі цінностей, що знаходились у володінні певних осіб. Перші статистичні дослідження – це системи державного та адміністративного обліку, що існували в таких країнах стародавнього світу як Єгипет, Китай, Римська імперія.

Наразі у всіх країнах світу створені та діють системи державних статистик у вигляді централізованих державних структур або децентралізованих системи статистичних організацій. Статистичні дослідження можуть також проводити міністерства і відомства, соціологічні служби, спеціалізовані науково-дослідні установи тощо.

В Україні централізоване керівництво статистикою здійснює Державна служба статистики України, правові засади її діяльності викладені у Законі України «Про державну статистику» від 17.09.1992 р. № 2614-XII (чинна редакція від 19.04.2014 р.). Працівники органів статистики збирають та опрацьовують інформацію у галузі економіки, демографії, соціології, екології. Результати їх роботи розміщують на офіційному сайті Державної служби статистики, оприлюднюють в інтернеті, на телебаченні, у журналах і газетах.

Посадових осіб Державної служби статистики України називають статистиками. Професійне свято працівників статистики України – 5 грудня, його святкують щорічно з 2002 року, дата приурочена до дати проведення першого перепису населення у незалежній Україні 2001 року. На міжнародному рівні аналогічне свято запровадили 2010 року, коли ООН прийняла рішення про відзначення Всесвітнього дня статистики 20 жовтня раз на 5 років (2010, 2015, 2020 року і т. д.).

Отже, статистика це і діяльність, спрямована на здобуття даних, і результат цієї діяльності.

3) суспільна наука.

Слід зазначити, що статистика як наука виникла пізніше за статистику як вид людської діяльності.

Вважають, що статистика як суспільна наука зародилась наприкінці XVII століття, коли англійський вчений Вільям Петті у праці «Політична арифметика» обґрунтував необхідність «вираження своїх думок мовою чисел, ваг і мір». Його «Essays in political

arithmetic» започаткували використання статистичних методів кількісного аналізу суспільних явищ і процесів у демографічній та економічній статистиці.

«Батьком сучасної статистики» називають Адольфа Кетле (1796-1874). Його наукові праці, в першу чергу «Соціальна фізика» (у сучасній термінології – соціологія), дали змогу вивчати закономірності суспільного життя із використанням математичних методів, зокрема ймовірнісних методів обробки соціальної інформації, заклали основи статистико-математичного напрямку статистичних досліджень. Кетле був директором бельгійського статистичного бюро та головою бельгійської центральної статистичної комісії, ініціатором створення національних статистичних спілок Англії та Франції, Міжнародної статистичної асоціації, головним організатором Першого міжнародного статистичного конгресу у Брюсселі (1853 р.).

З кінця ХІХ до середини ХХ ст. жили та працювали (переважно в Англії та Європі) піонери статистичної науки – видатні вчені-статистики Адольф Кетле, Карл Пірсон, Вільям Сілі Госсет, Рональд Фішер.

В цей час статистика формується як наука, еволюціонує методологія статистичних досліджень, були визначені її найважливіші характеристики – об'єкт і предмет, які відповідають на питання що вона вивчає.

Статистика є суспільною наукою, отже вивчає суспільство, явища і процеси суспільного життя. ***Об'єкт статистики – явища і процеси суспільного життя.***

Суспільство як соціальна система – велика упорядкована сукупність елементів, соціальних явищ і процесів, які пов'язані та взаємодіють один з одним, утворюючи єдине соціальне ціле.

Суспільство складається з великої кількості соціальних елементів. Первинною одиницею суспільства як системи є, звісно, людина – індивід. Індивід перебуває у тісному зв'язку з іншими індивідами, утворює з ними соціальні групи та соціальні спільноти, що також є складовими суспільства. Наприклад, можна виділити такі спільноти як соціальна група «студенти» або «селяни» як спільнота за місцем проживання тощо. Доповнюють суспільство як соціальну систему соціальні зв'язки, соціальні відносини, норми та цінності, соціальні інститути.

Суспільне життя відбувається в економічній, політичній, соціальній та духовній сферах.

Економічна сфера забезпечує виробництво товарів і послуг, необхідних для задоволення потреб людини. Вона охоплює виробництво, розподіл, обмін і споживання.

Політична сфера здійснює загальне керівництво та управління суспільством завдяки функціям прийняття рішень та мобілізації ресурсів на їх виконання. Вона включає президента, уряд, парламент, місцеві органи влади, політичні партії, армію, правоохоронні органи, податкову службу.

Духовна сфера пов'язана з процесом формування та функціонування моралі, релігії, філософії, мистецтва, культурних цінностей, науки, виховання, освіти.

Соціальна сфера регламентує споживання і розподіл всіх благ, виконує функції інтеграції, соціального контролю, самореалізації.

Суспільство вивчає багато наук (наприклад, філософія, історія, економіка, психологія та інші), вони досліджують соціально-економічні, політичні та ідеологічні закономірності розвитку суспільних відносин і відрізняються предметом вивчення. Об'єктом усіх суспільних наук є явища і процеси суспільного життя, соціальна дійсність, а їх предметом – окремі сторони, зв'язки та відношення, що складають соціальну дійсність. Якщо, економічна теорія пізнає суспільство за допомогою категорій, таких наприклад як вартість продукції, прибуток тощо, то статистика досліджує ці показники-категорії в конкретних умовах місця і часу.

Предмет статистики – кількісний бік масових суспільних явищ і процесів у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною.

Особливістю статистики є те, що вона вивчає масові суспільні явища. Це означає, що статистичні показники завжди є результатом узагальнення певної сукупності фактів.

Статистика – багатогалузева наука, яка складається з окремих розділів, які, будучи самостійними, тісно пов'язані між собою. Кожна з них має власний предмет дослідження.

Предмет галузей статистичної науки:

1) загальна теорія статистики – загальні принципи, правила і методи дослідження масових явищ. Єдиної уніфікованої форми проведення статистичного дослідження, яку можна було б застосувати для вивчення різних суспільних об'єктів не існує, проте

будь-яке дослідження проводиться за певними правилами, включає обов'язкові етапи та передбачає використання певних статистичних методів. Поняття і методи загальної статистики використовують інші галузі статистики;

2) математична статистика – теорія використання математико-статистичних методів, незалежно від специфіки та галузі об'єкта дослідження. Ця галузь статистики розробляє раціональні способи систематизації, обробки і аналізу статистичних даних. Математико-статистичні методи можуть застосовуватись як в економіці, так і в соціології або в медицині. Отже, математична статистика тісно пов'язана із математикою: обидві науки вивчають кількісний бік явищ. Але математика вивчає лише кількісний бік всіх явищ (не лише суспільних), а статистика – кількісну сторону лише суспільних явищ і завжди у поєднанні із якісною стороною.

3) соціальна статистика – соціальні умови життя, праці населення, його доходів, споживання населенням матеріальних благ і послуг тощо.

Соціальна сфера суспільства охоплює:

1) соціальну структуру, що представлена етнічними, територіальними, демографічними, професійними, соціально-класовими іншими соціальними спільнотами, верствами, групами, та відносинами між ними;

2) соціальну інфраструктуру – комплекс галузей, що безпосередньо пов'язані із забезпеченням нормальної життєдіяльності людей – житлово-комунальне господарство, охорона здоров'я, освіта, культура, пасажирський транспорт, зв'язок, побутове обслуговування;

3) соціальні інтереси, потреби, сподівання, мотиви та стимули. те, що забезпечує зв'язок індивіда, групи з іншими, входження особи в суспільний процес.

Соціальна статистика розробляє систему показників дослідження соціальних процесів і явищ, зокрема показники складу та устрою суспільства, структури і складу населення країни, рівень його освіти і культури, стан медичного обслуговування, умови праці тощо;

4) економічна статистика – масові явища і процеси у національній економіці з метою виявлення пропорцій тенденцій і закономірностей їх розвитку. Економічна статистика досліджує розвиток національної економіки;

5) галузеві статистики (сільського господарства, промисловості, будівництва, освіти, медицини тощо) – вивчають показники стану і розвитку галузей національної економіки. Вони доповнюють систему показників, які вивчає економічна статистика з урахуванням особливостей конкретних галузей.

1.2. Основні категорії статистики

Вивчення статистикою масових суспільних явищ означає, що статистичні показники завжди є результатом узагальнення певної сукупності фактів. Поняття сукупності в статистиці має важливе значення. Чи можна вважати сукупністю 2 факти, 5 або 15? Правильна відповідь – ні, оскільки статистичними вважають сукупності, що включають від 30 елементів. Проте, статистика також вивчає малі сукупності (20-30 одиниць), дослідження яких має свої особливості.

Статистична сукупність – множина однорідних, типових у певному відношенні елементів (явищ, фактів тощо), які мають єдину якісну основу, але різняться за певними ознаками.

Про елементи, що складають сукупність, кажуть що вони мають єдину якісну основу, якщо вони є типовими чи однорідними. Наприклад, сукупністю можна вважати всі сільськогосподарські підприємства України. Вони мають спільну рису – займаються переважно виробництвом та реалізацією продукції рослинництва і тваринництва, але також мають й відмінності – різняться за площею угідь, кількістю працівників, спеціалізацією та іншими ознаками.

Статистичну сукупність складають окремі одиниці.

Одиниці сукупності – окремі первинні елементи або індивідуальні явища, що складають статистичну сукупність.

Одиниця є первинним елементом сукупності, що є носієм ознак, які підлягають вивченню.

Наприклад, під час перепису населення одиницею є кожна людина, що має певні характеристики – вік, стать, місце проживання, сфера діяльності тощо. Таким чином всю сукупність можна розподілити на групи – підсукупності за певними ознаками.

Елементи сукупності характеризуються певними ознаками, які можна спостерігати або виміряти, за ними одиниці сукупності поділяють на групи.

Ознака – властивість, характерна риса або особливість одиниць сукупності. Наприклад, при вивченні системи вищої освіти одиницею сукупності буде окремий заклад освіти, ознаками якого можуть бути напрями підготовки, рівень акредитації, кількість факультетів, чисельність викладачів, студентів тощо. Як бачимо, деякі з цих ознак можна виразити числом, деякі – ні. Відповідно, **виділяють два типи ознак – кількісні та якісні (атрибутивні).** Так, відносно до певної людини можна виділити якісні ознаки (стать, національність, освіта, сімейний стан, фах тощо) і кількісні (вік, стаж роботи, середньомісячний дохід і т. д.).

Числові значення кількісних ознак у статистичних сукупностях, як зазначалось, не є однаковими, вони коливаються. Таке коливання у статистиці називають варіацією.

Варіація – відмінності (коливання) у числових значеннях окремих одиниць сукупності.

Варіанта (x_i) – окреме значення числової ознаки.

Частота (n_i) – число одиниць сукупності, які мають однакове значення ознаки.

Наприклад, вік студента (x_i)	кількість студентів (n_i)
17 р.	5
18 р.	70
19 р.	2

У випадках, коли варіація ознаки досить велика, варіанти подають не як окремі числа, а як їх інтервали.

Наприклад,

вік працівників підприємства (x_i)	кількість працівників (n_i)
18-25 р.	40
25-45 р.	35
45-65 р.	15

Обсяг сукупності ($n = \sum n_i$) – загальна кількість одиниць сукупності.

Статистика, як і будь-яка наука, розглядає об'єкт свого вивчення (суспільство) як сукупність предметів і явищ, що знаходяться у взаємодії, певних зв'язках один з одним та у постійному розвитку і зміні. Одним з основних завдань статистичної науки є вивчення взаємозв'язків між окремими показниками суспільного життя та причин, що викликають зміну тих чи інших показників. Щоб пізнати сутність явищ необхідно розкрити їх взаємовідносини, кількісно

визначити вплив дії на них об'єктивних і суб'єктивних факторів. Причини та умови, які викликають зміни, називають «фактори», а наслідки – «результати». Наприклад, рівень автоматизації роботи робітника (фактор) впливає на його продуктивність праці (результат), водночас продуктивність праці (фактор) впливає на рівень оплати праці (результат).

Статистична закономірність – форма виявлення причинного зв'язку, яка проявляється у послідовності, регулярності, повторюваності подій, що відбувається з достатньо високим ступенем імовірності за умови, що причини, які породжують подію не змінюються або змінюються незначно.

Виявити та виміряти статистичну закономірність можна лише з урахуванням дії закону великих чисел. Сутність останнього можна сформулювати наступним чином: у сукупності, окремі одиниці якої схильні до індивідуальних, випадкових коливань, загальна тенденція виявляється в масі явищ. При масовості зникає вплив випадкових причин на досліджуване явище, вони взаємно врівноважуються і це дає можливість виявити об'єктивну і невипадкову закономірність сторін суспільного життя.

У математичній статистиці закон великих чисел виражають теореми Бернуллі, Чебишева, Ляпунова, Маркова та інші, які визначають умови відсутності випадковості в статистичних даних.

Статистична закономірність може проявлятися у вигляді:

- закономірності розвитку (динаміки) явищ;
- закономірності розподілів елементів сукупності;
- закономірності структурних зрушень;
- закономірності зв'язку між явищами.

1.3. Метод статистики

Метод (з грец. «шлях до чогось») – спосіб досягнення мети, сукупність прийомів і операцій теоретичного або практичного освоєння дійсності.

Загальнонауковим є діалектичний метод пізнання. Відповідно до основоположних принципів і законів діалектики всі суспільні явища і процеси знаходяться у постійному русі, розвитку, перебувають не ізольовано одне від одного, а у взаємозв'язку та взаємозалежності. Керуючись діалектичними принципами, статистика розробляє свої

специфічні прийоми та методи, систему показників, яка дозволяє вивчати кількісні сторони суспільних явищ і процесів.

Статистична методологія – сукупність науково обґрунтованих способів, правил і методів збирання, опрацювання та аналізу статистичної інформації.

Вона є методологічним підґрунтям спостереження за суспільними явищами, аналізу статистичних даних, вивчення зв'язків між показниками, оцінки інтенсивності й тенденцій динаміки тощо.

До статистичної методології включають систему фундаментальних та загальнонаукових методів, які використовують в усіх або у переважній більшості наук, а також конкретнонаукових методів статистики. Застосування в статистичному дослідженні конкретних методів визначається поставленими завданнями, сутністю та особливостями досліджуваного явища і залежить від характеру вихідних даних та етапу проведення дослідження.

Етапи статистичних досліджень:

1. Статистичне спостереження. Будь-яке наукове дослідження проходить емпіричний і теоретичний етапи. Етап збору інформації називають польовим або емпіричним етапом дослідження. Термін «емпіричне» означає отриманий з дослідів та спостережень, тобто це дослідження, яке здійснюється через збирання та накопичення фактів. На емпіричному етапі здійснюють збір фактичного матеріалу, його первинне узагальнення та опрацювання.

Під час такої роботи дослідник повинен:

- описати кожний факт науковими термінами;
- відібрати з усіх фактів типові, найбільш поширені;
- класифікувати факти за їх сутністю, з'ясувати наявні зв'язки між відібраними фактами.

Таким чином, на емпіричному етапі отримують знання про явища, але не про їх сутність, а тому емпіричні дані потребують теоретичного обґрунтування і узагальнення і є вихідним матеріалом для побудови теоретичного знання.

2. Зведення, класифікація та групування даних статистичного спостереження. Це теоретичний етап, який передбачає об'єднання одиничних фактів у системи даних, сформовані у сукупності та підсукупності за певними ознаками. Цей етап полягає в узагальненні накопичених фактичних даних і отриманні на цій основі нового знання про об'єкт дослідження.

3. Аналіз одержаних результатів і формулювання висновків.

На цьому етапі дослідження зі статистичних даних створюють системи знань. Дослідник за допомогою абстрактного мислення виходить за межі отриманого у безпосередньому досвіді, здійснює перехід до нового знання. Якщо головним завданням емпіричного етапу є опис явищ, то завданням теоретичного – їх пояснення.

На кожному з етапів статистичного дослідження застосовують специфічні методи.

Статистичні методи класифікують відповідно до етапів статистичного дослідження:

1. Методи статистичного спостереження – статистична звітність, обліки, опитування, переписи, спеціальні обстеження тощо. Зауважимо, що відповідно до наукової класифікації методів збирання даних, опитування не входить до групи методів спостереження, а є окремої групою методів, проте, традиційно у науковій та навчальній літературі зі статистики їх об'єднують.

2. Методи зведення та групування первинних статистичних даних – методи перевірки, систематизації, обробки, підсумування даних та представлення їх у формі статистичних таблиць і графіків.

3. Методи визначення узагальнюючих (зведених) синтетичних показників – методи аналізу за допомогою абсолютних, відносних показників, середніх величин та показників варіації, показників ряду динаміки, індексний метод, дисперсійний аналіз, кореляційно-регресійний аналіз, біваріантний аналіз тощо. На цьому етапі використовують весь арсенал статистичних прийомів і методів дослідження.

Перелічені методи будуть розглянуті в окремих темах даного навчального посібника.

Відмітимо, що значно розширює можливості аналітиків при застосуванні статистичних методів та скорочує затрати часу на проведення розрахунків використання сучасних статистичних комп'ютерних програм. Найбільш поширеними наразі є такі програми як SPSS (Statistical Package for the Social Sciences), SAS (Statistical Analysis Software), SHAZAM, STATA, Eviews (Econometric Views), Statistica, GAUSS, Gretl (Gnu Regression, Econometrics and Time-series), Statistical Data Analysis R тощо.

Тести

1. В якому значенні не вживають термін «статистика»:

- а) суспільна наука, яка вивчає кількісний бік масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною;
- б) галузь практичної діяльності, спрямована на одержання, обробку, аналіз і оприлюднення масових даних про явища і процеси суспільного життя;
- в) відомості, які знаходяться у володінні, користуванні або розпорядженні окремих фізичних чи юридичних осіб і поширюються за їх бажанням відповідно до передбачених ними умов;
- г) дані, які характеризують масові суспільні явища і процеси.

2. Статистична наука є:

- а) методом дослідження масових суспільних явищ і процесів;
- б) суспільною наукою, що вивчає кількісний бік масових суспільних явищ і процесів у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною;
- в) сукупністю інструкцій зі збирання та обробки масових даних;
- г) способом вивчення взаємозв'язків і закономірностей розвитку масових суспільних явищ і процесів.

3. Знайдіть серед нижченаведених тверджень з історії статистики правильне:

- а) «Родоначальником статистики як науки вважають Луку Пачолі»;
- б) «Перші згадки про статистичні дослідження на території сучасної України відносяться до IV-III ст. до н.е.»;
- в) «Статистика як наука відокремилась від бухгалтерського обліку»;
- г) «До наукової термінології поняття «статистика» увійшло XVIII століття у значенні «державознавство»».

4. «Батьком сучасної статистики» називають:

- а) Вільяма Петті;
- б) Карла Пірсона;
- в) Рональда Фішера;
- г) Адольфа Кетле.

5. Суб'єктами статистичних досліджень в Україні є:

- а) Державна служба статистики України;
- б) спеціальні інститути, агентства, громадські об'єднання, міжнародні організації та їх філії;

- в) окремі відділи міністерств і відомств, установ, організацій тощо;
- г) всі відповіді правильні.

6. Професійне свято працівників статистики України відзначають:

- а) 5 грудня;
- б) 20 жовтня;
- в) у першу неділю жовтня;
- г) 20 жовтня раз на 5 років (2010, 2015, 2020 року і т. д.).

7. Що є предметом статистики як суспільної науки?

- а) кількісний аналіз окремих одиниць статистичної сукупності;
- б) сукупність прийомів і методів дослідження суспільних явищ;
- в) кількісний бік масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною;
- г) кількісні зв'язки соціально-економічних явищ.

8. Що вивчає загальна теорія статистики?

- а) загальні принципи, правила і методи дослідження масових явищ;
- б) інформацію щодо матеріального виробництва в країні;
- в) математико-статистичні методи, що застосовуються незалежно від галузі їх використання;
- г) взаємозв'язки між масовими суспільними явищами і процесами.

9. Що є предметом математичної статистики?

- а) кількісний і якісний бік масових явищ;
- б) теорія використання математико-статистичних методів, незалежно від специфіки та галузі об'єкта дослідження;
- в) загальні правила і методи дослідження масових суспільних явищ;
- г) раціональні прийоми систематизації обробки і аналізу даних статистичних спостережень.

10. Галузь статистики, яка вивчає соціальні умови життя та праці населення, його доходів, споживання населенням матеріальних благ і послуг, це:

- а) соціальна статистика;
- б) економічна статистика;
- в) соціально-демографічна статистика;
- г) демографія.

11. Що вивчає економічна статистика?

- а) масові суспільні явища;
- б) споживання населенням матеріальних благ і послуг;
- в) взаємозв'язки між масовими суспільними явищами та процесами у сфері матеріального виробництва;
- г) масові суспільні явища і процеси у національній економіці.

12. Статистична сукупність це:

- а) множина однорідних, типових у певному відношенні елементів (явищ, фактів тощо), які мають єдину якісну основу, але відрізняються між собою за певними ознаками;
- б) інформація щодо зміни суспільного явища у динаміці за не менш ніж 10 років;
- в) дані, які дають кількісну характеристику масовим суспільним явищам і процесам;
- г) результат проведення статистичного дослідження.

13. Окремі первинні елементи або індивідуальні явища, які складають статистичну сукупність, це:

- а) одиниці сукупності;
- б) варіанти;
- в) кількісні та якісні ознаки;
- г) предмет статистики як науки.

14. Ознаки, які не можна виразити числом, називають:

- а) кількісними;
- б) не кількісними (нечисловими);
- в) якісними (атрибутивними);
- г) описовими.

15. Що називають статистичною методологією?

- а) специфічний метод пізнання;
- б) це синонім поняття «статистика як наука»;
- в) єдність статистичної теорії та практики;
- г) сукупність науково обґрунтованих способів, правил і методів збирання, опрацювання та аналізу статистичної інформації.

16. Етапами статистичних досліджень є:

- а) 1) збирання статистичних даних; 2) зведення і групування даних; 3) аналіз одержаних результатів і формулювання висновків;

б) 1) статистичне спостереження; 2) зведення, класифікація і групування даних статистичного спостереження; 3) аналіз одержаних результатів і формулювання висновків;

в) 1) статистичне спостереження; 2) зведення, класифікація і групування даних статистичного спостереження; 3) аналіз одержаних результатів і формулювання висновків; 4) формулювання пропозицій за результатами дослідження;

г) 1) статистичне спостереження; 2) зведення, класифікація і групування даних статистичного спостереження; 3) кореляційно-регресійний аналіз, дисперсійний аналіз, кластерний аналіз.

17. Статистичні звітність, обліки, опитування, переписи, спеціальні обстеження є методами:

а) математичної статистики;

б) статистичного спостереження;

в) зведення та групування первинних статистичних даних;

г) визначення узагальнюючих зведених синтетичних показників.

18. До статистичних методів не відносять:

а) моделювання;

б) індексний метод;

в) дисперсійний аналіз;

г) кореляційно-регресійний метод.

19. Індексний метод аналізу використовують на етапі:

а) математичного моделювання;

б) статистичного спостереження;

в) зведення та групування первинних статистичних даних;

г) визначення узагальнюючих зведених синтетичних показників.

20. Розширює можливості статистичних досліджень та скорочує час на проведення розрахунків:

а) використання праці волонтерів;

б) використання сучасних статистичних комп'ютерних програм;

в) зменшення етапів проведення статистичних досліджень;

г) діалектичний підхід до організації статистичних досліджень.

Правильні відповіді: 1 – в; 2 – б; 3 – г; 4 – г; 5 – г; 6 – а; 7 – в; 8 – а; 9 – б; 10 – а; 11 – г; 12 – а; 13 – а; 14 – в; 15 – г; 16 – б; 17 – б; 18 – а; 19 – г; 20 – б.

Практичні завдання

Завдання «Ознайомлення з організацією системи державної статистики в Україні»

Зміст завдання: ознайомитися з основними елементами, організацією єдиної системи обліку й статистики та нормативно-інструктивною базою проведення статистичних досліджень в Україні.

Порядок виконання

1) поглиблено вивчити основний матеріал теми з використанням навчальної літератури, періодичних наукових і методичних видань, електронних ресурсів тощо;

2) ознайомитися із сайтом Державної служби статистики України
URL: <http://www.ukrstat.gov.ua>.

3) вивчити правові засади державної статистики, викладені у Законі України «Про державну статистику» від 17 вересня 1992 року № 2615-XII.

4) дати відповіді на наступні питання:

– Дайте характеристику організаційної структури Державної служби статистики України.

– Назвіть посаду людини, яка керує Державною службою статистики України. Хто займає цю посаду у даний час.

– Які функції Державної служби статистики України? Чи є інші державні структури, які частково виконують аналогічні чи схожі функції?

– Сформулюйте та обґрунтуйте найбільш важливі на даний час для Державної служби статистики України завдання.

– На який рік запланований наступний перепис населення в Україні? В чому полягають відмінності у його організації та проведенні у порівнянні зі попереднім переписом?

– Чи є статистична звітність підприємств конфіденційною інформацією?

Завдання «Вивчення основних етапів історичного розвитку статистики в Україні»

Зміст завдання: ознайомитися з історією розвитку статистики як галузі людської діяльності та як суспільної науки, основними етапами становлення Державної служби статистики України.

Порядок виконання

1) ознайомитися із матеріалами електронних ресурсів, періодичних наукових і методичних видань щодо історії розвитку статистики як галузі людської діяльності та як суспільної науки;

2) визначити основні історичні події, що на Вашу думку, мали найбільший вплив на розвиток статистики, та сформулювати їх значення. Додати до табл. 1. не менше 7 подій з різних етапів розвитку статистики.

Таблиця 1

Важливі події у розвитку статистики як галузі людської діяльності та як суспільної науки (макет, що потребує доповнення)

Історичні етапи становлення статистики	Історична подія	Значення для розвитку статистики
А	1	2
І. Стародавній світ	1. Формування систем державного та адміністративного обліку (приблизно з X ст. до н.е. до кінця V ст. н.е.) в Китаї, Єгипті, Римській імперії, проведення переписів населення.	Зародження статистики як практичної діяльності, проведення перших статистичних досліджень
	2. ...	
	3. ...	
ІІ. Середньовіччя	4. 1494 р. Лука Пачолі видав працю «Сума арифметики, геометрії, вчення про пропорції та відношення».	Статистика розвивається паралельно із документуванням та обліком
	5. Ведення в Європі чисельних описів королівських володінь, великих приватних землевласників, абатств, єпископств.	
	6. XI ст. Згадки про статистичні зведення на території, населеній слов'янськими народами, у зводі законів «Руська правда».	

Продовж. табл. 1

А	1	2
	7. XVII ст. Уильям Петті у праці «Політична арифметика» зазначив що необхідно ввести в аналіз «число, вагу і міру», що вважають започаткуванням статистики та методів кількісного аналізу.	
	8. ...	
	9. ...	
III. Новий час	10. XVIII ст. Поняття «статистика» увійшло у науковий світ у значенні «державознавство», тобто як певна сукупність знань, відомостей про державу.	Статистика формується як наука, еволюціонує методологія статистичних досліджень.
	11. ...	
	12. ...	
	13. ...	
IV. Новітня історія	14. ...	
	15. ...	
	16. ...	

ТЕМА 2. СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

- 2.1. Поняття статистичного спостереження.
- 2.2. Форми та види статистичних спостережень.
- 2.3. Робочі документи спостереження.
- 2.4. Помилки статистичного спостереження.

2.1. Поняття статистичного спостереження

Як вже було зазначене, першим етапом статистичного дослідження, в процесі якого одержують необхідну первинну інформацію, є статистичне спостереження.

Згідно з Законом України «Про державну статистику» статистичне спостереження це планомірний, науково організований процес збирання даних щодо масових явищ та процесів, які відбуваються в економічній, соціальній та інших сферах життя України та її регіонів, шляхом їх реєстрації за спеціальною програмою, розробленою на основі статистичної методології.

Статистичне спостереження – систематизоване збирання масових даних про суспільні явища та процеси, що здійснюється на науковій основі.

Завданням статистичного спостереження є одержання у найкоротший строк повної, об'єктивної та вірогідної інформації про досліджувані явища та процеси. Так, наприклад, при статистичному спостереженні діяльності промислових підприємств реєструють дані про їх кількість, продукцію, яку вони виробляють, працівників, які на них працюють, витрати та доходи тощо.

Статистичне спостереження відрізняє від інших видів спостережень відповідність наступним вимогам:

- 1) явища та процеси, що спостерігаються, мають певну практичну або наукову цінність;
- 2) статистичне спостереження забезпечує збір масових даних, сукупність фактів, які повністю охоплюють об'єкт дослідження у просторі та часі за всіма істотними ознаками;
- 3) правдивість, точність та вірогідність інформації, одержаної за результатами статистичного спостереження;
- 4) статистичне спостереження здійснюють за заздалегідь розробленою програмою, яка забезпечує науковий підхід до вирішення його методологічних і організаційних питань.

Починають статистичне спостереження з його підготовки, далі здійснюють збирання даних та контролюють зібраний матеріал.

Перед дослідниками, які планують провести спостереження, постає ряд питань, відповіді на які дають окремі елементи наукового дослідження.

Основні елементи статистичного спостереження:

Мета – загальний напрямок (спрямованість) дослідження, його основний очікуваний результат. Мета відповідає на питання «Для чого проводити спостереження?». Вона виражає що повинен зробити дослідник і чого досягти в кінцевому результаті. Наприклад, метою статистичного дослідження може бути вивчення діяльності підприємств малого бізнесу України, цю інформацію використовують при прогнозуванні макроекономічних показників та розробці програм підтримки підприємництва.

Відповідно до мети визначають ***завдання спостереження***, які конкретизують мету, зазначають шляхи її досягнення. Завдання це план дій, тактика спостереження, яка визначає послідовність проведення дослідником різних дослідницьких операцій.

На питання «Що досліджувати?» відповідають два елементи – об’єкт і предмет спостереження. ***Об’єкт*** – це явище, процес або їх сукупність, що підлягають спостереженню, обсяг охоплення одиниць або аспектів вивчення.

Задля точного визначення об’єкта дослідження встановлюють ценз – набір кількісних обмежувальних ознак. Наприклад, при дослідженні суб’єктів малого бізнесу, які підприємства слід вважати малим? Цензом в даному випадку є кількість працівників та розмір виручки від реалізації – згідно з Господарським Кодексом України (редакція 2017 р.) малим вважають підприємство з середньообліковою чисельністю працівників до 50 осіб та обсягом виручки від реалізації за рік не більше 10 млн євро.

Залежно від ступеня складності є прості та складні об’єкти дослідження. Простим вважають цілісний об’єкт, який складається з одного елемента. Складні об’єкти дослідження це сукупності, які складаються з окремих первинних елементів – одиниць дослідження, що є носієм ознак, які підлягають вивченню. Наприклад, при вивченні ефективності малих підприємств одиницею дослідження буде виступати окреме підприємство.

Предмет дослідження – сторона об’єкта, яка безпосередньо вивчається, його властивості, зв’язки та відношення. Наприклад, в дослідженні діяльності суб’єктів малого бізнесу предметом спостереження можуть бути фінансові результати діяльності або чинники, які найбільше заважають розвитку малого бізнесу.

Метод – специфічні прийоми та способи, пристосовані для спостереження предмета. Метод пояснює як досліджувати об’єкт.

Суб’єкти – дослідники, які проводять підготовку та проведення спостереження. Суб’єктами спостереження можуть бути установи системи державної статистики, відомства, підприємства, громадські організації тощо. Заздалегідь потрібно визначити виконавців окремих дослідницьких операцій.

Залежно від масштабу об’єкта дослідження та зацікавленості щодо його результатів можна виділити такі групи суб’єктів статистичних досліджень в Україні:

1. Інституціональні:

– Державна служба статистики України та її регіональні відділення;

– окремі відділи міністерств і відомств, соціальні служби, що проводять державні обстеження локального характеру за певною тематикою. Наприклад, масові дослідження проводять Державна міграційна служба України, Державна митна служба тощо.

2. Спеціальні інститути, агентства, громадські об’єднання, міжнародні організації тощо. Спеціалізовані науково-дослідні установи, організації соціальних досліджень вивчають суспільну думку або мотивації, поведінки та оцінки окремих суб’єктів суспільного життя. До провідних соціологічних центрів України відносять: Інститут соціології НАН України; філія американського Інституту суспільної думки Геллапа (Соціо-Геллап); SOCIS – центр соціальних та маркетингових досліджень; Український центр економічних та політичних досліджень ім. О. Разумкова; ГО Український інститут соціальних досліджень імені О. Яременка; Київський міжнародний інститут соціології; Соціологічна група «Рейтинг» (Rating Group Ukraine); Центр «Соціальний моніторинг». Прикладами міжнародних організацій, що проводять статистичні дослідження, є Міжнародна організація праці (МОП), Генеральне агентство у справах економіки та фінансів при комітеті ЄС (обстеження у сфері бізнесу, інвестицій, споживання) та інші.

Місце дослідження – пункт, в якому перебуває одиниця дослідження та/або здійснюється реєстрація даних. Наприклад, під час перепису населення інформацію збирають за місцем фактичного (постійного або тимчасового) проживання громадян країни.

Час спостереження – момент або період часу, якого стосуються дані. Якщо досліджують процес, то обирають інтервал часу, за який накопичують дані, якщо вивчають певний стан явища, то обирають критичний момент – момент часу, станом на який реєструють дані. Критичний момент визначають, наприклад, під час перепису населення, але оскільки провести перепис усього населення країни одночасно неможливо, крім часу спостереження визначають час, протягом якого здійснюють збір даних. Наприклад: при проведенні перепису населення встановлений час спостереження – 24.00 у ніч з 4 на 5 грудня, період дослідження 10 днів – з 5 по 14 грудня включно. Якщо під час перепису реєстратор прийшов до родини 10 грудня, то всі дані про її членів він має реєструвати станом на початок перепису (5 грудня). Так, якщо у родині 8 грудня народилася дитина, у перепису вона не враховуватиметься, а якщо 10 грудня помер член родини його дані все одно реєструються.

2.2. Форми та види статистичних спостережень

Різноманітність сфер, в яких проводять статистичні спостереження, зумовлює різноманітність їх організаційних форм, видів та способів проведення.

Статистичні спостереження поділяють на державні та інші статистичні спостереження. Державні спостереження проводять шляхом збирання статистичної звітності, здійснення одноразових обліків, переписів (опитувань), вибіркового та інших обстежень.

За організаційною формою виділяють звітність і спеціально організоване статистичне спостереження.

Збирання статистичної звітності полягає у тому, що органи державної статистики одержують від респондентів (підприємств, установ і організацій) у встановлені строки за встановленою формою статистичну інформацію за визначений минулий період.

Респонденти зобов'язані подавати органам державної статистики достовірну інформацію у визначені строки в повному обсязі за формою, передбаченою звітно-статистичною документацією.

Інформація щодо форм звітності, їх бланків, методології заповнення, періодичності та термінів подачі тощо міститься у документах, які затверджує Державна служба статистики України:

- Загальний табель (перелік) форм державних статистичних спостережень на __ рік;
- Альбом форм державних статистичних спостережень на __ рік (з інструкціями та поясненнями щодо заповнення форм);
- Календар форм державних статистичних спостережень та фінансової звітності у __ році.

Статистичну звітність класифікують за ознаками:

1) за змістом звітних даних:

- а) типова*** – яка містить показники однакового змісту, що характерні для усіх підприємств незалежно від виду діяльності та форми власності;
- б) спеціалізована*** – характеризує діяльність підприємств і організацій окремої галузі економіки або її підгалузей;

2) за терміном подання:

- а) поточна*** (квартальна, місячна, двотижнева, тижнева);
- б) річна*** (містить показники за звітний (календарний) рік);

3) за обсягом показників:

- а) повна*** – подається за всіма показниками, затвердженими в установленому порядку;
- б) коротка*** – подається зі скороченим числом показників за звітний місяць або квартал.

Респонденти можуть обрати спосіб подання звітності:

- у формі електронного звіту (Державна служба статистики рекомендує цей спосіб, проте таким чином наразі можна подавати не усі форми звітності);
- поштою або факсом (з подальшим підтвердженням на паперових носіях);
- безпосередньо при відвідуванні відповідного Головного управління статистики або будь-якого з його відокремлених підрозділів.

Звітність є основною формою державного статистичного спостереження, проте в деяких дослідженнях є необхідність проведення спеціально організованих статистичних спостережень.

Сфера використання спеціально організованих статистичних спостережень:

- 1) вивчення об'єктів щодо яких не можна або нераціонально

застосувати звітність (наприклад, облік витрат домогосподарств населення);

2) об'єкт необхідно вивчити більш детально, ніж це можливо у формі звітності;

3) для перевірки даних звітності;

4) для вирішення специфічних науково-практичних завдань.

Спеціально організовані спостереження можна здійснювати у вигляді обліку, перепису, опитування, спеціального обстеження.

Обліки – суцільні спостереження масових явищ, що ґрунтуються на даних опитування, огляду та документальних записів (наприклад, облік земельного фонду, облік об'єктів незавершеного будівництва).

Переписи – суцільні спостереження масових явищ з метою визначення їх розміру та складу станом на певний момент часу. Переписи проводять одночасно для всієї сукупності (території) за єдиною для всіх одиниць програмою, як правило, періодично, з рівним інтервалом. Прикладом є перепис населення.

Опитування – метод отримання інформації про досліджуваний об'єкт, в якому джерелом первинних даних є відповіді окремих осіб (респондентів) на запропоновані їм питання. Опитування частіше є несуцільними спостереженнями думок, мотивів, оцінок, винятком є суцільне опитування всього населення – референдум (масове волевиявлення з принципових соціально-політичних чи економічних питань).

Спеціальні обстеження здійснюють за певною тематикою (наприклад, бюджетні обстеження домогосподарств, обстеження з питань неповної зайнятості) періодично або одноразово.

За ступенем (повнотою) охоплення одиниць досліджуваної сукупності спостереження поділяють на суцільні та несуцільні.

Суцільне спостереження – спостереження, при якому вивчають всі без винятку одиниці досліджуваної сукупності. Прикладом є статистична звітність, яку подають всі без винятку визначені респонденти.

Несуцільне спостереження – спостереження, при якому досліджують лише певну частину одиниць сукупності, що вивчається. Завданням такого дослідження є одержання об'єктивних і надійних характеристик об'єкта (всієї сукупності) на основі вивчення його частини. Так, несуцільне дослідження застосовують при вивченні якості продукції (оскільки неможливо перевірити якість

кожної одиниці продукції), вивченні цін на ринку (потребує багато затрат часу) тощо.

Несуцільні спостереження, у свою чергу, поділяють на вибіркові (випадкові та цілеспрямовані при проведенні опитувань), основного масиву, монографічні.

Вибіркове спостереження вивчає частину одиниць сукупності, відібрану на основі певних принципів. Це найбільш поширений та у методичному плані найбільш досконалий вид несуцільного спостереження, який буде розглянутий у темі 6. До вибіркових спостережень відносять також опитування (зокрема, анкетування), які передбачають добровільну участь респондентів в дослідженні, що породжує певну кількість відмов в участі, отже досліджується лише частина сукупності.

Спосіб основного масиву полягає у дослідженні найбільш вагомих одиниць сукупності, в яких величина досліджуваної ознаки є визначальною для всього об'єкту.

При застосуванні цього способу найчастіше з досліджуваної сукупності відбирають ту її частину одиниць, в якій сукупний обсяг досліджуваної ознаки перевищує половину обсягу сукупності. Так, наприклад, в Україні організоване спостереження за цінами на ринках. Оскільки ринки є в усіх містах та поселеннях міського типу, організувати суцільний облік в них складно та економічно недоцільно, тому застосовують несуцільне спостереження способом основного масиву – досліджують ринки у великих містах і населених пунктах, де проживає понад 50 % населення країни.

Монографічне дослідження – детальне, глибоке вивчення окремих, типових у певному відношенні одиниць сукупності. Монографічне спостереження здійснюють, наприклад, для вивчення досвіду роботи провідних підприємств або збанкрутілих компаній.

Монографічний спосіб це обстеження поодинокого прикладу, який повинен ілюструвати всю статистичну сукупність, що в свою чергу дозволяє конкретизувати знання щодо цієї сукупності. Предметом монографічного дослідження можуть бути елементи, типові для даної сукупності, або елементи, які характеризують її розвиток.

За моментом (часом) реєстрації фактів спостереження поділяють на одноразові, періодичні та поточні.

Одноразові спостереження здійснюють ситуативно, за

потребою для вивчення явища на певний момент часу. Одержану таким чином інформацію називають статичною, вона не показує як змінюється об'єкт дослідження у часі. Прикладами одноразових спостережень є перепис лісових насаджень, маркетингове дослідження ефективності реклами певного товару.

Періодичні спостереження – дослідження одного й того ж об'єкту, які здійснюють регулярно, через певні (як правило однакові) проміжки часу. Це, зокрема, періодичне подання звітності, інвентаризація активів, яку щороку проводять станом на 31 грудня.

Поточні спостереження – дослідження, при яких облік даних здійснюють по мірі їх виникнення, тобто систематично. При цьому намагаються максимально скоротити час між подією та її реєстрацією. Так, наприклад, реєструють акти цивільного стану – народження, одруження, розірвання шлюбу, смерть тощо.

За способом отримання даних статистичні спостереження можуть проводитись безпосереднім способом, документальним способом і опитуванням.

Спосіб безпосереднього спостереження полягає в одержанні даних шляхом особистого огляду, підрахунку, вимірювання чи зважування одиниць спостереження. Приклади – формування державною міграційною службою даних щодо перетину громадянами державного кордону країни, спостереження маркетологів за поведінкою покупців у магазинах, інвентаризація готівкових коштів.

Документальний спосіб – при якому факти реєструють за даними, наведеними у первинних документах. Цей спосіб використовують при складанні звітності на підставі документів первинного обліку.

Опитування – при якому первинні дані спостереження отримують зі слів чи письмових відповідей опитуваних осіб (респондентів). Залежно від форми спілкування опитування може бути організоване у вигляді інтерв'ю (усне опитування) або анкетування (письмове опитування).

Форму, вид і спосіб статистичного спостереження обирають виходячи з особливостей об'єкта дослідження, вимог до точності показників, фінансових можливостей та інших чинників.

2.3. Робочі документи спостереження

До робочих документів статистичного спостереження відносять: програму дослідження, план спостереження, статистичні формуляри та допоміжні документи.

Програма дослідження – документ, в якому зазначені методологічні та процедурні засади вивчення об'єкта. Вона є стратегічним документом, в якому викладена концепція всього дослідження.

У програмі дослідження виділяють методологічний та методичний (процедурний) розділи.

У методологічному блоці зазначають такі складові:

- 1) формулювання, обґрунтування проблеми (ситуації);
- 2) визначення мети, завдань, об'єкта і предмета дослідження, складових об'єкта (одиниць сукупності), джерел інформації (одиниць спостереження) тощо. Окремо слід навести перелік питань, на які потрібно одержати відповіді в процесі збирання статистичних даних по кожній одиниці спостереження.

- 3) уточнення та логічний аналіз основних понять;

- 4) формулювання гіпотез.

У методичній частині програми обґрунтовують методи збору первинної інформації, послідовність їх застосування, методику та логічну схему обробки даних статистичного спостереження.

Робочий план спостереження – документ, в якому зафіксована послідовність проведення заходів (етапів) дослідження та обсяг всіх ресурсних затрат, необхідних для їх проведення. Це основний організаційний документ, в якому зазначені основні етапи і підетапи всієї роботи, їх виконавці, графік робіт, обсяг затрат часу, засобів, фінансування. Організаційні питання визначають місце, час проведення спостереження, вказівку хто його проводить, матеріально-технічне забезпечення, систему забезпечення точності даних дослідження тощо.

Носій первинної інформації (статистичний формуляр) – первинний документ в якому фіксують відповіді на питання програми по кожній з одиниць сукупності. Формуляром може бути форма звітності, бланк первинного обліку, акт, табель, картка, фішка, анкета, опитувальний лист, бланк інтерв'ю, щоденник спостережень тощо. Перелічені носії первинної інформації, звісно, відрізняються за змістом.

Наприклад, реквізитами форм статистичної звітності є:

- форма та дата затвердження;
- адреса звіту;
- термін звітності;
- назва особи, яка звітує;
- назва та адреса вищої інстанції щодо особи, яка звітує;
- показники звіту;
- підписи відповідальних осіб.

При проведенні масових досліджень первинну інформацію фіксують на карткових або спискових формулярах.

Картковий (індивідуальний) формуляр – статистичний бланк, який містить дані лише про одну одиницю спостереження. Загальна кількість карток повинна дорівнювати кількості одиниць сукупності.

Списковий формуляр – бланк, в якому реєструють відомості по кількох одиницях спостереження. Формуляри-картки зручні для занесення в них даних, якщо кількість програмних питань по кожній одиниці дослідження не значна (наприклад, якщо потрібно опитувати респондентів з приводу 2-3 питань).

Допоміжні документи дослідження – інструкції або роз'яснення щодо проведення дослідження, кодувальні таблиці для стандартизації відповідей на питання анкет тощо.

Інструкція – документ, який пояснює питання програми статистичного спостереження, його мету, порядок заповнення статистичного формуляра, організаційні питання. Як правило, інструкції пишуть для осіб, які проводять опитування, здійснюють перепис або заповнюють форми статистичної звітності. Так, в інструкції анкетеру (інтерв'юєру) зазначають основні процедури, які він повинен здійснювати, указуються місце і термін проведення опитування, коло осіб, з яким треба ввійти в контакт, характер опитування (анонімний, за списком і т.ін.), процедури, які він повинен виконувати із заповненими анкетами. Інструкція може містити вказівки відносно можливих ускладнень у процесі проведення спостереження. Наприклад, якщо в анкеті поставлене питання «Який Ваш середньомісячний дохід?» респонденти можуть розуміти його по різному: як про заробітну плату або про весь дохід, про нараховану заробітну плату чи після сплати податків тощо. Відповідно, інструкція повинна пояснити, що респонденту потрібно зазначити загальну суму доходу після сплати податків.

2.4. Помилки статистичного спостереження

Результати будь-якого статистичного спостереження можуть містити помилки.

Помилки статистичного спостереження – розбіжності між даними, встановленими шляхом спостереження, та фактичними даними.

Залежно від причини виникнення помилки поділяють на помилки реєстрації та помилки репрезентативності.

Помилки реєстрації виникають внаслідок неправильного встановлення фактів або невірною їх запису. Такі помилки трапляються у будь-якому спостереженні при фіксації або запису даних щодо окремих одиниць.

Помилки репрезентативності виникають під час вибірових досліджень внаслідок того, що вибірова сукупність недостатньо повно відтворює генеральну. Наприклад, якщо проводити дослідження суспільної думки з певної проблеми шляхом Інтернет-опитування, частина респондентів (зокрема, люди похилого віку) буде виключена з вибіркової сукупності, відповідно, їх думка не буде врахована при формулюванні висновків.

Помилки, які виникають під час спостережень, можуть бути випадковими або систематичними.

Випадкові помилки виникають внаслідок випадкових обставин. Причинами можуть бути, зокрема, помилки у підрахунках або несправності у роботі техніки, обмовки, описки внаслідок неувважності реєстраторів або респондентів (наприклад, замість віку респонденти вказують рік народження) тощо. Випадкові помилки викривляють зібрану інформацію в той чи інший бік (збільшення або зменшення), проте їх дія взаємно врівноважується і вони істотно не впливають на результати.

Систематичні помилки виникають у результаті постійних відхилень даних в одному напрямі. Вони більш небезпечні, ніж випадкові, оскільки зміщують результати дослідження в один бік – збільшення або зменшення. Причинами систематичних помилок можуть бути недосконалість програми дослідження, несправність вимірювальних приладів (наприклад, при зважуванні), недосконалість інструкції щодо заповнення звітності, нечітке формулювання позицій бланку, нечітке формулювання питань анкети, некомпетентність реєстраторів, неосвіченість респондентів та

інше. Класичними помилками при збиранні інформації щодо віку респондентів під час опитувань є жіноче кокетування (зменшення віку), старчає кокетування (збільшення віку) та вікова акумуляція (заокруглення до чисел, кратних 10 або 5).

Систематичні помилки бувають навмисними та ненавмисними.

Ненавмисні помилки виникають без будь-яких мотивів з боку людей, що є учасниками статистичного спостереження. Вони можуть бути викликані неухважністю, втомою або недостатньою підготовкою реєстраторів, низьким рівнем освіти респондентів тощо.

Навмисні помилки виникають через свідоме викривлення фактів з певною метою. Причинами може бути бажання прикрасити або очорнити дійсність, прикладами є збільшення витрат та зменшення доходів у фінансових звітах, приховування виручки від реалізації у закладах торгівлі та харчування. Іноді навмисні помилки роблять заради самозахисту, наприклад, деякі респонденти не вказують під час опитувань свою національність, віросповідання чи вид діяльності через побоювання осуду, переслідувань або репресій.

Результати спостереження перевіряють на наявність помилок за допомогою логічного та арифметичного контролю.

Логічний контроль полягає у порівнянні відповідей на взаємопов'язані питання програми статистичного спостереження та з'ясуванні їх логічної узгодженості. У процесі логічного контролю можуть бути встановлені нереальні, жартівливі або мало правдоподібні відповіді. Наприклад, статистична звітність за 2017 рік не може бути складена за формою, яка затверджена 2019 року, отже тут є ймовірність пізнішого складання документа. Або якщо зазначений вік респондента 2002 роки, ймовірно замість віку зафіксований рік народження.

Недоліком логічного контролю є те, що за його допомогою можна встановити наявність помилки, але найчастіше не її величину. Наприклад, в анкеті можна зіставити вік респондента із його сімейним станом та освітою, якщо ж виявлена анкета, в якій зазначено, що дівчина 12 років заміжня та має вищу освіту – є помилка у віці, але виправити її неможливо.

Арифметичний контроль полягає у перевірці точності арифметичних підрахунків зареєстрованих даних (підсумкових показників, середніх величин і т. п.) та їх порівняння. Наприклад,

знайти арифметичну помилку можна за допомогою методу балансової узгодженості показників – при вивченні певних видів ресурсів (запасів, засобів тощо) використовують наступну балансову рівність: наявність на початок періоду плюс надходження мінус вибуття дорівнює наявності на кінець періоду.

Задля зменшення помилок статистичного спостереження потрібно ще на етапі його планування усунути передумови викривлення інформації, обрати найбільш досконалі методи її вимірювання, системи реєстрації даних та прийоми їх наступного контролю.

Тести

1. Статистичне спостереження це:

- а) збирання та аналіз даних про масові явища;
- б) первинна обробка масових даних;
- в) систематизоване збирання масових даних про суспільні явища та процеси, що здійснюється на науковій основі;
- г) вивчення кількісних взаємозв'язків явищ за заздалегідь розробленою програмою спостереження.

2. Сукупність суспільних явищ і процесів, які підлягають спостереженню, це:

- а) предмет статистичного спостереження;
- б) об'єкт статистичного спостереження;
- в) одиниця статистичного спостереження;
- г) тема статистичного спостереження.

3. Одиниця статистичного спостереження це:

- а) первинний елемент об'єкта дослідження, який є носієм істотних ознак і властивостей, що підлягають реєстрації;
- б) первинний елемент масового суспільного явища або процесу;
- в) окрема складова масового явища, що підлягає реєстрації;
- г) елемент об'єкта статистичного спостереження, що має спільні риси з іншими елементами.

4. Час статистичного спостереження це:

- а) період, протягом якого будуть збиратись статистичні дані;
- б) момент часу, на який потрібно подати статистичні дані;

- в) остання дата періоду, за який збираються статистичні дані;
- г) момент або період часу, якого стосуються статистичні дані.

5. Суб'єктами статистичного спостереження можуть бути:

- а) явище, процес або їх сукупність, що підлягають спостереженню;
- б) сторона об'єкта спостереження, яка безпосередньо вивчається;
- в) первинні одиниці, від яких одержують статистичну інформацію;
- г) установи системи державної статистики, відомства, підприємства і громадські організації.

6. Форма, порядок і строки подання статистичної звітності в Україні:

- а) обираються самостійно підприємствами, установами та організаціями, які її подають;
- б) встановлені у Законі України «Про державну статистику»;
- в) затверджені документами Державної служби статистики;
- г) регламентуються міжнародними стандартами.

7. За повнотою охоплення сукупності статистичні спостереження поділяють на:

- а) одноразові, періодичні, поточні;
- б) періодичні та одночасові;
- в) суцільні та несуцільні;
- г) суцільні та вибіркові.

8. Як називають спостереження, під час якого обстежують лише частину одиниць статистичної сукупності?

- а) вибіркове;
- б) монографічне;
- в) несуцільне;
- г) обстеження основного масиву.

9. Несуцільне спостереження, під час якого обстеженню підлягає частина статистичної сукупності, відібрана на основі науково розроблених принципів відбору, має назву:

- а) вибіркове;
- б) монографічне;
- в) суцільне;
- г) обстеження основного масиву.

10. До якого з перелічених видів статистичного спостереження відноситься звітність?

- а) вибіркове;
- б) монографічне;
- в) суцільне;
- г) обстеження основного масиву.

11. До якого виду статистичного спостереження належить обстеження бюджету домогосподарств?

- а) вибіркове;
- б) монографічне;
- в) суцільне;
- г) обстеження основного масиву.

12. Як називають спостереження, під час якого з усіх одиниць статистичної сукупності відбирають найбільш вагомі одиниці сукупності, в яких величина досліджуваної ознаки є визначальною для всього об'єкту?

- а) вибіркове;
- б) монографічне;
- в) суцільне;
- г) обстеження основного масиву.

13. Документ, в якому викладено порядок організації та проведення статистичного спостереження, називають:

- а) план статистичного спостереження;
- б) інструкція спостереження;
- в) програма статистичного спостереження;
- г) допоміжний документ спостереження.

14. Перелік питань, на які потрібно одержати відповіді в процесі збирання статистичних зведень щодо кожної досліджуваної одиниці, міститься у документі:

- а) програма статистичного спостереження;
- б) інструкція спостереження;
- в) план статистичного спостереження;
- г) допоміжний документ спостереження.

15. Первинний документ, в якому фіксують відповіді на питання програми статистичного спостереження по кожній з одиниць сукупності, носить назву:

- а) допоміжний документ спостереження;
- б) інструкція спостереження;
- в) план статистичного спостереження;
- г) статистичний формуляр.

16. Розбіжності між даними, встановленими шляхом спостереження, та фактичними даними називають:

- а) помилки вибірки;
- б) помилки реєстрації;
- в) помилки репрезентативності;
- г) помилки статистичного спостереження.

17. Помилки, які виникають внаслідок неправильного встановлення фактів або невірного їх запису, називають:

- а) помилки вибірки;
- б) помилки реєстрації;
- в) помилки репрезентативності;
- г) випадкові помилки.

18. Помилки, які виникають під час вибіркового дослідження, якщо вибіркова сукупність недостатньо повно відтворює генеральну, називають:

- а) помилки вибірки;
- б) помилки реєстрації;
- в) помилки репрезентативності;
- г) випадкові помилки.

19. Помилки репрезентативності виникають:

- а) через свідоме викривлення респондентами фактів з певною метою;
- б) під час вибіркового дослідження, якщо вибіркова сукупність недостатньо повно відтворює генеральну;
- в) внаслідок неправильного встановлення фактів або невірного їх запису;
- г) у результаті несправності вимірювальних приладів.

20. З метою виявлення та усунення допущених при реєстрації помилок здійснюють:

- а) зведення статистичних даних;
- б) побудову рядів розподілу;
- в) арифметичних і логічний контроль даних;
- г) повторне спостереження.

Правильні відповіді: 1 – в; 2 – б; 3 – а; 4 – г; 5 – г; 6 – в; 7 – в; 8 – в; 9 – а; 10 – в; 11 – а; 12 – г; 13 – а; 14 – а; 15 – г; 16 – г; 17 – б; 18 – в; 19 – б; 20 – в.

Практичні завдання

Завдання «Визначення елементів статистичного спостереження»

Зміст завдання: навчитись формулювати основні елементи, статистичного спостереження, що відповідають на методичні та організаційні питання щодо його проведення.

Порядок виконання

За наведеним прикладом визначити мету та завдання статистичного спостереження, його об'єкт, предмет, одиницю спостереження та сукупності (за необхідності), запропонувати місце, час і період дослідження для наступних ситуацій:

- а) статистичне спостереження динаміки цін на сільськогосподарську техніку в Україні за 10 останніх років;
- б) дослідження динаміки споживчих кредитів, виданих державними банками України;
- в) дослідження динаміки чисельності працівників підприємств харчової галузі України за 5 останніх років;
- г) статистичне спостереження за рівнем продуктивності праці працівників аграрної сфери України.

Приклад: планується проведення дослідження динаміки цін на житло в регіоні за 2015-2020 рр.

Елементами статистичного спостереження є:

- мета дослідження – вивчити зміни цін на житло у регіоні, що відбулися впродовж п'яти років;

– завдання дослідження:

1) зібрати дані щодо середніх цін на житлові приміщення у регіоні впродовж досліджуваного періоду;

2) дослідити об'єктивні та суб'єктивні чинники, що впливали на вартість житла за досліджуваний період;

3) виявити загальну тенденцію змін цін на житло, дати прогноз на перспективу;

– об'єкт дослідження – нерухоме майно, що належить до житлового фонду, яке виступало об'єктом купівлі-продажу впродовж досліджуваного періоду;

– предмет дослідження – номінальна (інвентаризаційна) та реальна (ринкова) вартість одиниць сукупності у національній валюті (або в умовних одиницях);

– одиниці сукупності – квадратні метри загальної площі первинного та вторинного ринку нерухомості, диференційовані за районами розташування;

– одиниці дослідження – працівники агентств, бірж та інших суб'єктів ринку нерухомості, державні та приватні нотаріуси, що здійснюють реєстрацію угод купівлі-продажу майна;

– місце дослідження – місцеперебування одиниць дослідження (фактична адреса);

– час дослідження – з 01.01.2015 р. по 31.12.2020 р.;

– період дослідження – з 01.03.2021 р. по 31.03.2021 р.

Завдання «Ознайомлення з формами статистичної звітності»

Зміст завдання: ознайомитися із нормативно-інструктивною базою проведення в Україні статистичних досліджень у формі статистичної звітності.

Порядок виконання

1) ознайомитися з сайтом Державної служби статистики України URL: <http://www.ukrstat.gov.ua> вкладка «Для респондентів».

2) у табл. 2 скласти перелік форм статистичної звітності, які повинні подавати сільськогосподарські підприємства. Врахуйте, що деякі форми звітності респонденти подають незалежно від їх галузевої приналежності, наприклад, форму 1-ПВ «Звіт з праці», № 2-ОЗ

ІНВ (річна) «Звіт про наявність і рух необоротних активів, амортизацію та капітальні інвестиції».

Таблиця 2

**Форми статистичної звітності, які подають
сільськогосподарські підприємства у 202_ (поточному) році**

№ з/п	Тематика	Індекс форми	Найменування форми
1.	Сільське, лісове та рибне господарство	1-зерно (місячна)	Звіт про надходження зернових та олійних культур на перероблення та зберігання
2.			
3.			
4.			
5.			

ТЕМА 3. ЗВЕДЕННЯ ТА ГРУПУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ

- 3.1. Сутність статистичного зведення.
- 3.2. Статистичне групування, статистичні ряди розподілу.
- 3.3. Методика побудови рядів розподілу.
- 3.4. Статистичні таблиці.

3.1. Сутність статистичного зведення

В результаті статистичного спостереження отримують неупорядковані первинні дані. Щоб зібрану інформацію можна було опрацювати та узагальнити, отримані дані повинні пройти стадію попередньої обробки. Отже, другим етапом статистичних досліджень є зведення та групування статистичних даних.

Статистичне зведення – це наукове опрацювання, упорядкування та систематизація статистичних даних.

Таким чином, статистичне зведення є первинною науковою обробкою даних спостереження. Якщо процес зведення зводиться до звичайного підсумовування даних його називають простим зведенням.

У результаті статистичного зведення одержують узагальнені статистичні показники, що характеризують об'єкт дослідження.

Статистичне зведення включає:

1) перевірку первинної інформації на точність, повноту та якість;

Перевірка носіїв первинної інформації на точність заповнення полягає у виявленні достовірності даних та у випадку помилок визначення можливостей їх виправлення. Якщо є обґрунтовані підозри у фальсифікації частини інформації (наприклад, при анкетуванні непрямыми ознаками фальсифікації анкет, поданих одним анкетером, є однакові відповіді на відкриті питання або відсутність відповідей на них), такі носії виключають з бази спостереження. Перевірка на повноту заповнення передбачає вибракування тих носіїв даних, в яких немає відповідей більш ніж на 30 % основних питань програми або на одне з ключових питань. Перевірка на якість заповнення полягає в оцінці ясності, чіткості та зрозумілості даних, які можна однозначно тлумачити. Носії первинної інформації, в яких є вище перелічені недоліки, редагують,

а якщо це неможливо – вибраковуюють (виключають з подальшого процесу обробки).

2) групування статистичних даних;

Групування – найпростіша форма узагальнення первинної інформації. Воно дозволяє віднести одиницю спостереження до певної групи відповідно до обраної ознаки або ознак. Виділені однорідні групи можна порівнювати, зіставляти та аналізувати.

Групи можуть бути виділені за реально наявними ознаками або утворені спеціально з метою статистичного аналізу. Прикладом перших є групування людей за об'єктивними соціально-демографічними ознаками (статтю, віком тощо). Прикладом спеціально створених груп може бути групування за рівнем доходів, при цьому утворювати групи можна з різними критеріями віднесення населення до бідних та багатих тощо.

3) визначення системи зведених показників для окремих груп і всієї статистичної сукупності;

Статистична сукупність – це комплекс об'єктів або явищ, що мають спільні властивості або ознаки, на основі яких здійснюють статистичне групування. На цьому етапі визначають показники, які дають всебічну характеристику досліджуваної сукупності. Наприклад, визначають середні доходи та середні витрати для кожної групи населення й в цілому по сукупності тощо.

4) зведення результатів обчислення у статистичних таблицях.

Наочною формою подачі числових даних є статистичні таблиці та графіки, особливості побудови яких будуть розглянуті нижче.

3.2. Статистичне групування, статистичні ряди розподілу

Групування є найважливішим етапом статистичного зведення.

Групування – утворення груп одиниць сукупності, однорідних у певному відношенні, що мають однакові або близькі значення групувальної ознаки.

Починають групування з вибору групувальних ознак. Як зазначалось вище, є ознаки кількісні (представлені у вигляді чисел) і атрибутивні (подаються описово).

У результаті групування отримують **статистичний ряд розподілу, тобто упорядковану сукупність даних.**

Види статистичних рядів розподілу:

1. Атрибутивні ряди, в яких одиниці сукупності розподіляють за ознаками, що не мають кількісного виразу (наприклад, розподіл студентів за статтю, підприємств за формою власності тощо).

Групування за атрибутивною ознакою обмежується кількістю значень ознаки. Наприклад, людей можна поділити за національністю лише на таку кількість груп, скільки фактично є національностей у даній сукупності.

2. Ранжировані ряди, в яких значення ознаки розташовані у порядку зростання або спадання. За принципом ранжированого ряду складають рейтинги, в яких носії певної ознаки успішності або популярності розташовують від найбільшого до найменшого.

Проте, частіше ранжирований ряд будують від варіанти з найменшим мінімальним значенням ознаки ($x_{\min}$) до варіанти з максимальним значенням $x_{\max}$.

Наприклад, ранжирований ряд даних щодо заробітної плати працівників малого підприємства, грн:

9200 9200 9575 9830 9900 10500 12000 18500 20710 27500.

Ранжувати можна також і деякі якісні ознаки, наприклад рівень вищої освіти (початковий, бакалаврський, магістерський, освітньо-науковий/освітньо-творчій рівні) або відношення до роботи (від негативного до байдужого і далі до сумлінного) тощо.

3. Варіаційні ряди розподілу одиниць сукупності за ознаками, що мають кількісний вираз.

Нагадаємо, що елементами варіаційних рядів розподілу є варіанта (окреме значення групувальної ознаки) та частота (показує, скільки разів зустрічається кожна варіанта). Відповідно до способу зазначення варіанти варіаційні ряди бувають дискретними та інтервальними (неперервними).

3.1. Дискретні ряди – варіаційні ряди розподілу, в яких величина кількісної ознаки приймає певні окремі значення.

Наприклад, розподіл студентів другого курсу за віком:

18 років – 20 осіб, 19 років – 25 осіб, 19 років – 5 осіб.

3.2. Інтервальні (неперервні) ряди – варіаційні ряди розподілу, в яких значення ознак подані у вигляді інтервалів. Тобто, варіанти задані певними числовими проміжками.

При виборі який ряд (дискретний чи інтервальний) доцільно будувати у кожному конкретному випадку звертають увагу на ранжирований ряд. Якщо групувальна ознака зростає поступово – будують **інтервальні ряди з рівним інтервалами**.

Наприклад, розподіл працівників підприємства за стажем роботи:

Стаж роботи, років	Кількість працівників
0 – 5	8
5 – 10	12
10 – 15	20
15 – 20	10

У разі стрибкоподібних змін групувальної ознаки будують інтервальні **ряди з нерівними інтервалами**. Границі у таких випадках встановлюють, як правило, в точках різких переходів.

Наприклад, у випадку, коли в результаті розподілу були отримані інтервали, до яких не увійшла жодна одиниця,

Стаж роботи, років	Кількість працівників
0 – 5	8
5 – 10	–
10 – 15	20
15 – 20	10

можна перегрупувати інтервальний ряд наступним чином:

0 – 5	8
0 – 10	8
10 – 15	20
15 – 20	10

Залежно від мети дослідження групування класифікують на:

а) типологічне групування, за допомогою якого у досліджуваній сукупності явищ виділяють типові в істотному відношенні групи;

Наприклад, групування проданих автомобілів за кольором авто.

б) структурне групування, що характеризує розподіл одиниць однотипних (однорідних) сукупностей за певними ознаками;

Наприклад, в останні роки серед проданих на світовому ринку автомобілів найбільше білих ($\approx 40\%$), далі приблизно в однакових пропорціях (по 19%) чорних та сірих (в усіх варіаціях відтінків). Отже, саме ці три кольори, на які припадають 78% усіх продажів, домінують на сучасному автомобільному ринку.

За допомогою структурних групувань також вивчають склад населення за демографічними ознаками.

в) аналітичне групування, що дає змогу встановити та вивчати причинно-наслідкові зв'язки між досліджуваними явищами та їх ознаками.

Хоча аналітичні функції притаманні всім видам групувань, саме аналітичні групування дозволяють виявити закономірності у вигляді взаємозв'язків ознак, що проявляються у систематичній зміні результативної ознаки у зв'язку зі зміною факторної ознаки.

В аналітичному групуванні групи утворюють, як правило, за факторною ознакою, а для кожної виділеної групи розраховують або середнє значення результативної ознаки, якщо вона кількісна, або відносні величини, якщо вона якісна. Наприклад, за даними страхових фірм, найчастіше потрапляють в аварії автомобілі чорних та сірих кольорів (найбільш непомітних на автошляхах), власники таких авто звертаються за страховкою на 20 % частіше, ніж інші. Найбільш безпечним для автомобілів визнаний білий колір, який є яскравим як у день, так і вночі, проте взимку, коли білий не контрастує зі сніговим покриттям, цей колір не дає позитивного ефекту.

Залежно від кількості групувальних ознак виділяють: просте групування (за однією ознакою) і комбінаційне групування (за двома і більше ознаками). При комбінаційному групуванні групи, виділені за однією ознакою, розбивають на підгрупи за іншою ознакою.

3.3. Методика побудови рядів розподілу

Етапи побудови ряду розподілу:

1. Вибір групувальної ознаки.
2. Побудова ранжированого ряду з варіант, що характеризують групувальну ознаку.
3. Визначення кількості груп.
4. Для інтервального ряду розподілу – вибір виду інтервалу та його величини.
5. Розподіл одиниць сукупності за утвореними групами.
6. Обчислення статистичних характеристик ряду розподілу (частість, щільність розподілу, відносна щільність розподілу тощо).

Отже, починають групування з вибору ознаки, що покладена в основу групування, та розташування варіант, що її характеризують у порядку зростання або спадання. При побудові ражированого ряду кількість варіант повинна дорівнювати кількості одиниць сукупності,

тобто кожному варіанту потрібно заносити до ряду стільки разів, скільки вона зустрічається у сукупності (2, 3 і т. д.).

Наступний етап полягає у визначенні кількості груп, на які потрібно розподілити досліджувану сукупність. Її встановлюють залежно від числа одиниць сукупності, при цьому можна використовувати різні методичні підходи.

Як зазначалось вище, якщо групування проводять за якісною ознакою кількість груп дорівнює кількості значень ознаки. Наприклад, якщо в анкеті на поставлене питання запропоновані відповіді «так», «ні», «не визначився», то результати опитування на це питання можна згрупувати на три відповідні групи.

При групуванні кількісних ознак число груп (при побудові інтервального ряду розподілу їх можна також називати інтервалами) орієнтовно можна визначити шляхом добування квадратного кореня з обсягу досліджуваної сукупності. Проте, для великих сукупностей (понад 400 одиниць) використовувати цей прийом недоцільно, оскільки за результатами розрахунків отримують нелогічно велике число груп. Наприклад, при розподілі сукупності з 10 тисяч одиниць, їх потрібно розділити на 100 груп, що є невиправданим.

Популярною для визначення числа груп є також формула, запропонована Гербертом Стерджессом:

$$n_{\text{інт}} = 1 + 3,322 \lg n$$

де, $n_{\text{інт}}$ – кількість груп (інтервалів);

n – чисельність сукупності.

Для визначення кількості груп можна використовувати також підхід Валентина Павловича Левинського (табл. 3).

Таблиця 3

Рекомендоване число груп для різної кількості спостережень

Кількість одиниць спостережень	Рекомендоване число інтервалів (груп)
40-60	6-8
60-100	8-10
100-200	10-12
200-500	12-17

Малі сукупності (до 30 одиниць) розподіляють на 3 групи, а інтервали утворюють за ранжированим рядом так, щоб у перший і третій інтервали увійшло по 25 % одиниць сукупності, а в середній 50 %. При цьому отримують ряд розподілу з нерівними інтервалами.

Наприклад, розподілимо сукупність з 20 працівників за продуктивністю праці, грн за зміну:

450 470 520 540 590 | 610 680 710 790 820 820
850 890 930 950 | 1000 1250 1500 1580 1680

У результати отримуємо розподіл:

I група (450-590 грн) – 5 одиниць,

II група (590-950 грн) – 10 одиниць,

III група (950-1680 грн) – 5 одиниць.

Узагальнення вищеописаних підходів до визначення кількості груп дає наступні нормативи: **сукупність з 20-30 одиниць розподіляють на 3 групи, сукупність 30-60 одиниць – на 5-8, 60-100 одиниць – на 8-10, від 100 одиниць – на 10-12.**

Після встановлення кількості груп для інтервальних рядів обирають який вид інтервалу буде використаний в групуванні.

Види інтервалів:

1. Закриті – інтервали, в яких зазначені верхня і нижня межі інтервалу.

1.1. Рівні – інтервали з однаковою різницею між верхньою і нижньою межею кожного проміжку (наприклад, 0-5, 5-10, 10-15 і т. д.).

1.2. Нерівні – інтервали з неоднаковими різницями між верхньою і нижньою межами в різних проміжках (наприклад, 0-5, 5-15, 15-30).

2. Відкриті – інтервали, в яких не зазначена одна із меж – нижня або верхня (наприклад, понад 100, менше ніж 1). В ряді розподілу відкритими можуть бути лише перший та останній інтервал, всі інші утворюють закритими.

Величину інтервалу для рядів розподілу з рівними інтервалами розраховують за формулою:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n_{\text{int}}},$$

де, i – величина інтервалу (крок інтервалу, інтервальна різниця);

$x_{\max}$, $x_{\min}$ – максимальне та мінімальне значення ознаки;

n_{int} – кількість інтервалів.

Величину інтервалу заокруглюють до більшого числа (дуже часто до більшого цілого числа).

Наступним етапом є визначення меж (границь) інтервалів.

Послідовність утворення інтервалів:

– нижню межу першого інтервалу (x_1) встановлюють за

мінімальною варіантою ($x_{\min}$). Якщо варіанти виражені нецілими числами, її можна заокруглити до меншого цілого числа;

- розрахувати верхню межу першого інтервалу (x_2) як ($x_{\min} + i$);
- нижня межа другого інтервалу умовно відповідає верхній межі першого інтервалу (x_2), а його верхня межа (x_3) дорівнює ($x_2 + i$) і т. д.

Наприклад: є інформація щодо рентабельності 31 підприємства.

Ранжирований ряд: 19,1 19,5 19,8 20,0 21,1 22,1 22,3 23,2 24,0 24,2 25,1 25,9 26,6 27,1 27,5 27,5 28,1 28,4 28,9 29,0 29,1 29,2 29,6 29,8 30,0 31,0 31,0 32,1 35,0 37,8 38,0.

Сукупність з 31 підприємства розподіляємо на 5 інтервалів.

$$\text{Величина інтервалу } i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{38,0 - 19,1}{5} = 3,78 \approx 4.$$

Величину та межі інтервалів заокруглюємо до цілих чисел:

I. 19-23; II. 23-27; III. 27-31; IV. 31-35; V. 35-39.

Відповідно, до I інтервалу входить 7 одиниць (підприємств), до II – 6, III – 14, IV – 2, V – 2.

Кінцевим етапом статистичного групування є розрахунок статистичних характеристик ряду розподілу.

Статистичні характеристики ряду розподілу:

1) варіанта (x_i) – значення групувальної ознаки. Нагадаємо, що для варіаційних рядів розподілу варіанта може бути представлена як окремим числом, так і інтервалом чисел;

2) частота (n_i) – показує скільки одиниць сукупності увійшло до групи. Щоб знайти частоту в інтервальному ряду підраховують кількість одиниць сукупності, що знаходяться у проміжку нижньої та верхньої межі інтервалу. При цьому якщо значення варіанти знаходиться на межі інтервалів, цю варіанту включають до інтервалу, в якому вона є верхньою межею;

3) накопичена (кумулятивна) частота (S) – показує у скількох одиниць сукупності значення ознаки не перевищує певну величину варіанти, (в інтервальних рядах такою величиною є верхня межа даного інтервалу). Для першої групи накопичена частота дорівнює частоті цієї групи, для другої та наступних груп її визначають як суму частоти даної групи та накопиченої частоти попередньої групи;

4) частість (відносна частота) (n_i') – показує скільки відсотків одиниць сукупності увійшло до даної групи. Частість розраховують як відношення частоти даного інтервалу до загального підсумку

частот, виражене у процентах (помножене на 100);

5) щільність розподілу – кількість одиниць сукупності, що припадає на одиницю величини інтервалу. Її розраховують як відношення частоти до величини інтервалу лише для інтервальних рядів розподілу. Щільність розподілу характеризує концентрацію одиниць сукупності по групах і для рядів з нерівними інтервалами є більш об'єктивною характеристикою, ніж частість;

6) відносна щільність розподілу – частка одиниць сукупності, що припадає на одиницю величини інтервалу. Її розраховують як відношення частоти до величини інтервалу.

Приклад розрахунку характеристик ряду розподілу, що був розглянутий вище, наведений у табл. 4.

Таблиця 4

**Характеристики ряду розподілу підприємств
за рівнем рентабельності**

Інтервал за рівнем рента- бельності, %	Часто- та, n_i	Накопичена частота, n'_i	Частість, %	Щільність розподілу	Відносна щільність розподілу
A	n_i	$S = \sum_n n_i$	$n_i' = (n_i / \sum n) \times 100$	n_i / i	n_i' / i
I. 19-23	7	7	22,6	1,8	5,6
II. 23-27	6	13	19,4	1,5	4,8
III. 27-31	14	27	45,2	3,5	11,3
IV. 31-35	2	29	6,4	0,5	1,6
V. 35-39	2	31	6,4	0,5	1,6
Всього	31	×	100,0	×	×

Отже, рентабельність в досліджуваних підприємствах коливається від 19 до 39 %. Найнижчу рентабельність від 19 до 23 % мають 7 підприємств (22,6 % їх загальної кількості). Найбільш типовою для досліджуваної сукупності є рентабельність від 27 до 31 %, яка спостерігається у 14 підприємств третьої групи (45,2% всієї сукупності). Найвищої рентабельності (35-39 %) досягли 2 підприємства п'ятої групи – 6,4% всіх підприємств. Показники накопиченої частоти свідчать, що в 7 підприємствах рентабельність не перевищує 23 %, у 13 – вона не більше 27 %, у 27 підприємствах – до 31 % і в 29 – не вище за 35 %.

3.4. Статистичні таблиці

Статистична таблиця – форма раціонального, систематизованого й наочного викладення цифрових характеристик досліджуваних явищ і процесів.

Складовими статистичної таблиці є вертикальні графи та горизонтальні рядки, які перетинаючись утворюють клітини, а також відповідні заголовки.

Макет статистичної таблиці наведений у табл. 5.

Таблиця 5

Назва таблиці

Підмет таблиці (назви рядків)	Присудок таблиці (заголовки граф)				
А	1	2	3	4	6
			клітина		

← Нумерація граф

Рядки

Підсумковий рядок

Підсумкова графа

Графи

Статистичну таблицю можна порівняти із «статистичним реченням», основними елементами якого є підмет і присудок.

Підмет таблиці – об’єкт вивчення, одиниці статистичної сукупності або їх групи, які характеризують за допомогою числових показників.

Присудок таблиці – система показників, які характеризують підмет.

В таблицях числові дані розташовані у клітинах на перетині вертикальних стовпців – граф та горизонтальних шпальт – рядків.

Основні правила оформлення статистичних таблиць:

1. Таблиця повинна мати назву, в якій коротко і точно викладений її основний зміст. Назва повинна відповідати на питання «Що? Де? Коли?» щодо наведених у таблиці даних. У ній повинно

бути зазначене який об'єкт (територію, галузь тощо) описують дані, до якого періоду чи моменту часу вони відносяться, та за необхідністю пояснення даних (наприклад, джерела походження інформації).

Назву розміщують над таблицею симетрично до тексту. Перед нею пишуть слово «Таблиця....» та її номер арабськими цифрами.

Заголовки кожної граfi та назви рядків мають бути якомога коротшими.

2. Для усіх показників таблиці потрібно вказати одиниці виміру. Якщо для всіх показників використовують єдину одиницю виміру (наприклад, усі показники наведені у гривнах), її пишуть наприкінці заголовка таблиці, якщо їх кілька – в кінці назв рядків або граф.

3. У кожній клітині таблиці слід зазначати відповідне число або умовні знаки, які мають наступне значення:

– (тире) – замість нульового значення якщо показник відсутній;

0 – якщо показник є, його числове значення відоме, але воно менше за 0,5 при заокругленні до цілого числа. Наприклад, якщо продукцію, яку вимірюють у кілограмах, не було продано зовсім, то у таблиці зазначають « – », а якщо було продано 100 г, то у таблиці ставлять «0,0». Число 0,0 ставлять якщо показник заокруглюють до десятих, а його величина в даному випадку не перевищує 0,05.

× – якщо показник не можливий або його значення не має логічного змісту (наприклад, якщо показник знаходиться діленням, а в даному випадку потрібно ділити на число 0);

... (три крапки) – відсутність даних, або можна записати «немає даних».

4. Усі числові значення показників, що мають одну одиницю виміру, слід зазначати з однаковою точністю. Наприклад, усі вартісні показники, виражені у гривнах, зазначають до сотих (із копійками).

5. Таблицю з великою кількістю рядків можна переносити на іншу сторінку, на якій справа пишуть «Продовж. табл. ...». При переносі на обох сторінках пишуть номери граф, назву граф на другій сторінці вже не повторюють. При цьому граfi, які містять перелік об'єктів або їх груп, позначають великими літерами алфавіту, а граfi з показниками присудка – арабськими цифрами.

Таблицю з великою кількістю граф також можна ділити на частини і розміщувати одну частину над іншою в межах одної сторінки. В цьому випадку в кожній частині таблиці повторюють її підмет.

6. Якщо таблиця характеризує сукупність, що розподілена на

групи, вона повинна бути «закритою» – мати підсумки в цілому по групах і підгрупах.

Залежно від побудови підмету (присудку) статистичні таблиці поділяють на прості, групові та комбінаційні.

Прості таблиці містять зведені показники щодо переліку одиниць спостереження, переліку одиниць часу (хронологічних дат) або сукупностей, що вивчаються. В підметі простої таблиці перелічують одиниці сукупності (наприклад, підприємства, види продукції тощо) або одиниці часу (роки, квартали, місяці тощо).

Прикладом простої таблиці є табл. 6.

Таблиця 6

Чисельність працівників ПрАТ «Світанок» за 2016-2020 рр.

Показник	Роки				
	2016	2017	2018	2019	2020
Середньооблікова чисельність працівників, осіб	100	112	109	115	95
в т. ч. чоловіків	60	61	60	62	60
жінок	40	51	49	53	35

Групові таблиці містять зведення про сукупність, розподілену на окремі групи за однією ознакою. При цьому об'єкт дослідження характеризує система показників.

Прикладом групової таблиці є табл. 7.

Таблиця 7

Групування підприємств Полтавського району за розміром посівної площі зернових культур, 2020 р.

Групи за розміром посівної площі, га	Кількість підприємств у групі	Середня площа на одне підприємство, га	Урожайність, ц/га
I – до 500	7	460	36,3
II – 500-1000	16	680	39,6
III – понад 1000	7	1810	43,8
Всього	30	-	-

Комбінаційні таблиці – таблиці, у підметі яких виділені групи за двома і більше ознаками.

При побудові комбінаційних таблиць найчастіше здійснюють групування за 2 або 3 ознаками, виділення більшої кількості груп і підгруп дає досить громіздке групування.

Прикладом комбінаційної таблиці є табл. 8.

Таблиця 8

**Групування працівників ПрАТ «Світанок»
за стажем роботи та продуктивністю праці, 2020 р.**

Групи працівників		Чисельність працівників, осіб	Середня продуктив- ність праці, млн. грн	Середньо- місячна зароб. плата, тис. грн
за стажем, роки	за річним виробництвом продукції, млн. грн			
І. До 10	до 15	50	13,5	7,5
	15 - 20	35	17,1	8,2
	понад 20	15	22,4	9,5
ІІ. 10 - 20	до 15	42	13,7	7,1
	15 - 20	75	18,2	8,3
	понад 20	26	24,1	9,7
ІІІ. Понад 20	до 15	17	14,4	7,1
	15 - 20	22	18,7	8,6
	понад 20	18	25,7	8,9
Всього	х	300	17,7	8,2

За принципом розробки статистичні таблиці поділяють на:

- **таблиці з простою розробкою присудка**, в яких показники, що характеризують підмет, не пов'язані між собою (табл. 9);
- **таблиці із складною розробкою присудка** (табл. 10).

Таблиця 9

Макет статистичної таблиці з простою розробкою присудка

Бригади підпри- ємства	Кількість працюючих, осіб	У тому числі			
		чоловіки	жінки	з виробничим стажем	
				до 5 років	понад 5 років
1					
2					

Таблиця 10

Макет статистичної таблиці зі складною розробкою присудка

Бригади підпри- ємства	Кількість працюючих, осіб	У тому числі з виробничим стажем			
		до 5 років		понад 5 років	
		чоловіки	жінки	чоловіки	жінки
1					
2					

Таблиці є способом не лише представлення статистичних даних, але й прийомом їх аналізу. Поряд із статистичними графіками їх широко використовують для презентацій результатів досліджень.

Тести

1. Що називають статистичним зведенням?

- а) занесення результатів спостереження у статистичні таблиці;
- б) раціональну форму викладення результатів обстеження явищ;
- в) утворення груп одиниць сукупності, однорідних у певному відношенні, а також тих, що мають однакові або близькі значення групувальної ознаки;
- г) наукове опрацювання, упорядкування та систематизацію статистичних даних.

2. Першим етапом статистичного зведення є:

- а) статистичне спостереження;
- б) перевірка первинної інформації на точність, повноту, якість;
- в) групування статистичних показників;
- г) подання статистичних даних у статистичних таблицях.

3. Останнім етапом статистичного зведення є:

- а) перевірка первинної інформації на точність, повноту, якість;
- б) групування статистичних показників;
- в) зведення результатів обчислення у статистичних таблицях;
- г) визначення системи показників для окремих груп і всієї статистичної сукупності.

4. Що називають статистичним групуванням?

- а) зведення результатів обчислення у статистичних таблицях;
- б) раціональну форму викладення результатів обстеження явищ;
- в) утворення груп одиниць сукупності, однорідних у певному відношенні, що мають однакові або близькі значення групувальної ознаки;
- г) упорядкування, систематизацію та наукову обробку статистичних даних.

5. Що не входить до завдань статистичних групувань?

- а) вивчення зв'язків між ознаками;
- б) вивчення структури явищ;
- в) визначення унікальності явищ;
- г) вивчення типів явищ.

6. Статистичний ряд розподілу це:

- а) упорядкована сукупність даних;
- б) табличне або графічне оформлення даних спостереження;
- в) ряд, в яких одиниці сукупності розподіляють за ознаками, що не мають кількісного виразу;
- г) шкала, в якій значення ознаки зростають або зменшуються.

7. Загальна назва упорядкованих сукупностей даних:

- а) атрибутивні ряди розподілу;
- б) статистичні ряди розподілу;
- в) ранжировані ряди розподілу;
- г) інтервальні ряди розподілу.

8. Елементами варіаційного ряду розподілу є:

- а) інтервали;
- б) ранжирований ряд та інтервальний ряд;
- в) варіанта і частота;
- г) всі відповіді правильні.

9. Ряди, в яких одиниці сукупності розподіляють за ознаками, що не мають кількісного виразу, називають:

- а) атрибутивними;
- б) статистичними;
- в) ранжированими;
- г) інтервальними.

10. Ряди розподілу одиниць сукупності за ознаками, що мають кількісний вираз, називають:

- а) атрибутивними;
- б) статистичними;
- в) варіаційними;
- г) кількісними.

11. Ряд розподілу, в якому значення ознаки розташоване в порядку зростання або спадання, називають:

- а) атрибутивним;
- б) статистичним;
- в) ранжированим;
- г) інтервальним.

12. Дискретні ряди – це:

- а) варіаційні ряди, в яких величина кількісної ознаки приймає певні окремі значення;
- б) ряди, в яких значення ознаки знаходиться в порядку зростання або спадання;
- в) ряди, в яких одиниці сукупності розподіляють за ознаками, що не мають кількісного виразу;
- г) варіаційні ряди, в яких значення ознаки подані у вигляді інтервалів.

13. Інтервальні ряди розподілу відносять до:

- а) атрибутивних рядів;
- б) ранжированих рядів;
- в) дискретних рядів;
- г) варіаційних рядів.

14. Інтервальні ряди розподілу з нерівними інтервалами доцільно будувати:

- а) для будь-яких рядів розподілу одиниць сукупності за ознаками, що мають кількісний вираз;
- б) якщо зростання групувальної ознаки відбувається стрибкоподібно;
- в) якщо коливання групувальної ознаки незначне, а її зростання відбувається поступово;
- г) якщо потрібно встановити причинно-наслідкові зв'язки між групувальною ознакою та пов'язаною із нею ознакою.

15. Першим етапом побудови інтервального ряду розподілу є:

- а) статистичне спостереження;
- б) вибір групувальної ознаки;
- в) визначення кількості груп;
- г) визначення величини інтервалу.

16. Сукупність з 30 одиниць доцільно розподіляти на:

- а) 3 інтервали;
- б) 5-7 інтервалів;
- в) 7-10 інтервалів;
- г) 10-12 інтервалів.

17. Сукупність з 50 одиниць рекомендовано розподіляти на:

- а) 3 інтервали;
- б) 5-7 інтервалів;

- в) 7-10 інтервалів;
- г) 10-12 інтервалів.

18. Залежно від мети та завдань дослідження групування поділяють на:

- а) результативні та факторні;
- б) результативно-факторні та структурні;
- в) варіаційні, атрибутивні, ранжировані;
- г) структурні, аналітичні та типологічні.

19. Які види групувань використовують для вивчення причинно-наслідкових зв'язків?

- а) комбінаційні;
- б) аналітичні;
- в) типологічні;
- г) всі відповіді вірні.

20. Які види групувань використовують для характеристики розподілу одиниць однотипних (однорідних) сукупностей за певними ознаками?

- а) комбінаційні;
- б) аналітичні;
- в) типологічні;
- г) всі відповіді вірні.

21. Яке групування називається комбінаційним?

- а) групування за факторною ознакою;
- б) групування, в яких величина групувальної ознаки приймає певні окремі значення;
- в) групування, в яких значення ознаки подані у вигляді інтервалів;
- г) групування за двома та більше ознаками.

22. Яке групування не є комбінаційним?

- а) групування за однією ознакою;
- б) групування за двома ознаками;
- в) групування за двома і більше ознаками;
- г) групування за кількома ознаками.

23. Яка з відповідей не є правилом оформлення статистичних таблиць?

- а) статистичні таблиці повинні бути оформлені різними кольорами;
- б) назви таблиці, її граф і рядків повинні бути стислими;
- в) для усіх показників таблиці потрібно вказувати одиниці виміру;
- г) відсутність явища у таблиці позначається символом «-».

24. Яка статистична таблиця називається комбінаційною?

- а) підмет містить одну або більше ознак;
- б) підмет містить групи за двома і більше ознаками;
- в) підмет містить групи одиниць спостереження;
- г) підмет містить групи одиниць спостереження за однією ознакою.

25. До якого виду відносять статистичну таблицю, побудовану за трьома групувальними ознаками?

- а) складна;
- б) групова;
- в) аналітична;
- г) комбінаційна.

Правильні відповіді: 1 – г; 2 – в; 3 – г; 4 – в; 5 – в; 6 – а; 7 – б; 8 – в; 9 – а; 10 – в; 11 – в; 12 – а; 13 – г; 14 – б; 15 – б; 16 – а; 17 – б; 18 – г; 19 – б; 20 – в; 21 – г; 22 – а; 23 – а; 24 – б; 25 – г.

Практичні завдання

Завдання «Побудова статистичних рядів розподілу»

Зміст завдання: за даними статистичного спостереження про рівень (обрати показник самостійно) по 30 підприємствах (інформація додатку Д) побудувати ранжирований та інтервальний ряди розподілу, обчислити їх основні характеристики.

Порядок виконання

Статистичні ряди розподілу – це впорядковані статистичні сукупності.

Елементи варіаційного ряду розподілу:

- варіанта – це окреме значення групувальної ознаки;
- частота – число, яке показує, скільки разів зустрічається кожна варіанта.

Результати статистичного спостереження занести до табл. 11.

Таблиця 11

Дані статистичного спостереження _____

№ підпри- ємства	Варіанта (...)	№ підпри- ємства	Варіанта (...)	№ підпри- ємства	Варіанта (...)
1		11		21	
2		12		22	
3		13		23	
4		14		24	
5		15		25	
6		16		26	
7		17		27	
8		18		28	
9		19		29	
10		20		30	

Ранжирований ряд :

Кількість інтервалів: $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

При побудові ряду розподілу з рівними інтервалами величина останнього становитиме:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} =$$

де, i – величина інтервалу (інтервальна різниця, крок);

$x_{\max}, x_{\min}$ – максимальне та мінімальне значення ознаки;

n – кількість інтервалів.

Таблиця 12

Характеристики ряду розподілу

Інтервал за ...	Серединне значення інтервалу	Частота	Нако- пичена частота	Частість, %	Щільність розподілу	Відносна щільність розподілу
	x_i	n_i	S	n_i'	n_i/i	n_i'/i
I. ... – ...						
II. ... – ...						
III. ... – ...						
VI. ... – ...						
V. ... – ...						
Всього			×		×	×

Сформулювати висновки.

Завдання «Побудова групових таблиць для групування малої сукупності. Аналітичне групування»

Зміст завдання: скласти групову таблицю, у якій зазначити основні результативні показники та факторні ознаки. Сформулювати висновки щодо причинно-наслідкового зв'язку між досліджуваними показниками.

Порядок виконання

Групування – це розподіл сукупності на частини (групи) однорідні в певному відношенні. Груповою називається таблиця, підмет якої складається з груп, утворених за однією ознакою.

Групові таблиці містять зведення про сукупність, розподілену на окремі групи за однією ознакою. При цьому об'єкт дослідження характеризує система показників.

За даними додатку Ж побудувати таблицю вихідних даних по 20 підприємствах району.

Допоміжні розрахунки та результати групування підприємств занести в допоміжну таблицю (додаток К).

Таблиця 13

Вихідні та розрахункові дані для побудови групової таблиці

№	Чисельність працівників, осіб	Фонд оплати праці, тис. грн	Виробництво валової продукції, тис. грн	Середньорічна вартість основних засобів, тис. грн	Розрахункові дані		
					...	...	...
					тис.грн	грн	тис.грн
А	1	2	3	4	5=4/1	6=2/1×1000	7=3/1
...							
20							

Аналітичне групування дає змогу встановлювати та вивчати причинно-наслідкові зв'язки між досліджуваними явищами та їх ознаками (табл. 14).

Таблиця 14

Аналітичне групування за рівнем продуктивності праці

Показники	Групи підприємств за рівнем продуктивності праці, тис. грн			Всього, в середньому
	I – до ...	II ... – ...	III – понад ...	
Кількість підприємств				
Чисельність працівників, осіб				
Фонд оплати праці, тис. грн				
Виробництво валової продукції, тис. грн				
Виробництво валової продукції на 1 працівника (продуктивність праці), тис. грн				
Фондоозброєність, тис. грн				
Середня оплата праці працівників, грн				

Сформулювати висновки.

ТЕМА 4. УЗАГАЛЬНЮЮЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ

4.1. Поняття та види статистичних показників.

4.2. Відносні показники.

4.3. Об'ємні середні величини.

4.4. Структурні середні показники.

4.1. Поняття та види статистичних показників

Статистичний показник – узагальнена якісна та кількісна характеристика певної властивості соціально-економічного явища або процесу.

Якісний зміст показника залежить від сутності явища або процесу, його відображає назва показника, наприклад «валовий внутрішній продукт (ВВП)». Кількісний бік показника представляють його числове значення та вимірник, наприклад, номінальний ВВП України у 2019 році становив 3974,6 млрд грн.

Отже, є показники-категорії та конкретні статистичні показники. Категорії є певною мірою абстрактними показниками, вони характеризують найбільш загальні властивості конкретних статистичних показників одного виду без кількісного значення та без зазначення об'єкту та часу, для яких вони визначені. Наприклад, категорія «інвестиції» має наступні ознаки – до інвестицій відносять усі види майнових та інтелектуальних власностей, їх використання з метою одержання прибутку або досягнення соціального ефекту, Конкретний статистичний показник характеризує величину того чи іншого явища в певному місці у певний час (наприклад, загальний обсяг інвестицій в ПрАТ «Веселка» за 2020 рік становив 20 млн грн).

У назві конкретного статистичного показника зазначають:

- 1) зміст (наприклад, основні засоби, інвестиції тощо);
- 2) статистичну характеристику показника (наприклад, загальна сума або середнє значення тощо);
- 3) належність до певного об'єкта або сукупності об'єктів (наприклад, Київська область, фермерські господарства України);
- 4) час, якого стосується показник (наприклад, за 2010-2020 рр.);
- 5) одиницю виміру (% , грн, люд.-год. тощо);
- 6) за необхідністю спеціальні уточнення (наприклад, за даними Міністерства фінансів України або вартість продукції визначена за середньозваженими цінами тощо).

Статистичні показники класифікують:

а) за змістом:

1) кількісні – характеризують величину явища. Вони відповідають на запитання «скільки?». Прикладами кількісних показників є дохід підприємства, кількість реалізованої продукції;

2) якісні – характеризують властивість явища, рівень затрат суспільної праці або ступінь використання ресурсів. Якісні показники відповідають на запитання «скільки у розрахунку на ... ?». Прикладами якісних показників є ціна одиниці продукції (виручка, отримана у розрахунку на одиницю продукції), продуктивність праці (кількість продукції, вироблена одним працівником), рентабельність (прибуток у розрахунку на гривню витрат) тощо.

б) за формою вираження:

1) абсолютні величини – показники, які виражають розмір або обсяг кількісних ознак досліджуваних явищ;

Усі кількісні показники виражаються саме абсолютними величинами.

Абсолютні величини можуть бути визначені у натуральних, умовно-натуральних, комбінованих, трудових та вартісних одиницях вимірювання.

Натуральні одиниці виміру виражають фізичні властивості явища – масу (наприклад, тонна, центнер, кілограм), довжину (наприклад, кілометри, метри), площу (гектар), об'єм (кубометри) тощо.

Умовно-натуральні одиниці виміру (наприклад, умовне паливо, умовне поголів'я тощо) використовують якщо потрібно поєднати кілька різновидів одного явища або для вимірювання однорідних, але неоднакових явищ.

Комбіновані одиниці виміру використовують для відображення складних пов'язаних між собою явищ (тонно-кілометри, кіловат-години тощо). Різновидом комбінованих величин є трудові (людино-година, людино-день), які застосовують для визначення обсягу трудових ресурсів чи затрат праці.

Вартісні показники виражають в грошових одиницях виміру (гривня, долар тощо).

2) відносні величини – є результатом порівняння абсолютних величин;

Значення конкретних відносних величин можуть бути виражені у вище перелічених або специфічних одиницях виміру (табл. 15).

Одиниці виміру відносних величин

Назви	База порівняння	Умовні позначення	Точність визначення	Приклади сфери застосування
Коефіцієнт	1	рази	0,000	широке при порівнянні, коли порівнювана величина перевищує базову у понад 2 рази.
Процент	100	%	0,0	рівень рентабельності, кредитні та депозитні ставки банків.
Проміле	1000	‰	0	показники смертності, народжуваності, шлюбів, розлучень на 1000 населення, рівень алкоголю у крові.
Продециміле	10000	‱	0	кількість студентів ЗВО, кількість медичного персоналу на 10000 осіб населення.
Просанитиміле	100000	‱‱	0	рівень захворюваності малопоширеними хворобами.

Характеристика відносних величин дана у пп. 4.2.

3) середні величини – показники, що дають узагальнену кількісну характеристику статистичним сукупностям однотипних явищ за варіаційною ознакою;

Середнє значення використовують якщо потрібно виявити закономірність, охарактеризувати одним числом сукупність значень ознаки, що коливається. Проте, середня показує типовий рівень ознаки лише для якісно однорідних сукупностей. Так, наприклад, не варто знаходити середній рівень прибутку для суб'єктів діяльності, що різняться за розміром, сферою діяльності, місцем розташування тощо.

Середні величини визначають у розрахунку на одиницю сукупності та виражають у тих же одиницях виміру, що й досліджувану ознаку. Середню можна обчислити як з абсолютних, так і з відносних величин.

Середні величини поділяють на об'ємні та структурні.

3.1) об'ємні середні – визначають відношенням обсягу ознаки до обсягу сукупності;

3.2) структурні середні – значення ознаки, що визначають за структурою розподілу варіант у варіаційному ряді розподілу;

Характеристика цих видів середніх дана у пп. 4.3 та 4.4.

в) за способом обчислення:

1) первинні, які одержують у результаті статистичного спостереження та виражають у формі абсолютних величин;

Такі показники одержують безпосередньо в процесі статистичного спостереження як результат вимірювання, підрахунку та оцінки певної кількісної ознаки (наприклад, дані про обсяг виробленої продукції, які узагальнюють у статистичній звітності за інформацією бухгалтерського обліку).

2) похідні, які обчислюють на базі первинних показників та виражають у формі середніх чи відносних величин;

Похідні показники обчислюють шляхом сумування, ділення або інших математичних дій на базі первинних показників (наприклад, рівень рентабельності виробництва продукції розраховують зіставленням (діленням) фінансового результату та витрат на дану продукцію).

г) за визначеністю у часі:

1) інтервальні – характеризують явище за певний період (день, місяць, рік). Наприклад, перевезення вантажів або затрати робочого часу за місяць тощо;

2) моментні – характеризують явище на певний момент часу. Наприклад, вартість майна підприємства на кінець року, залишок грошових коштів на початок місяцю.

д) за охопленням одиниць сукупності:

1) індивідуальні – відображають розміри ознак окремих одиниць сукупності (наприклад, чисельність працівників підприємства);

2) загальні (сумарні) – характеризують обсяг ознаки певної сукупності. Наприклад, чисельність працівників усіх підприємств вугільної галузі країни. Загальні показники одержують під час зведення індивідуальних абсолютних показників шляхом їх групування, додавання, множення тощо.

Окрім наведених ознак класифікації існують й інші. Так, показники, що характеризують національну економіку в цілому називають макроекономічними, окрему галузь – галузевими, окремі територіальні об'єкти – територіальними або регіональними.

Для розв'язання конкретного дослідницького завдання використовують **систему статистичних показників** – сукупність взаємопов'язаних показників.

Для символічного позначення статистичних показників часто використовують літери грецької абетки (додаток А).

4.2. Відносні показники

Відносні показники – узагальнюючі показники, які є результатом співвідношення абсолютних величин.

Будь-яку відносну величину отримують шляхом ділення величини, яку порівнюють (порівнювану величину), на величину з якою проводять порівняння (базу порівняння).

Види відносних показників:

1. Відносні величини динаміки – відношення рівня показника у періоді, що порівнюють, до рівня у попередньому (або базовому) періоді:

$$BB_{\text{Д}} = \frac{Y_{1(\text{ФАКТ})}}{Y_0},$$

де, $Y_{1(\text{ФАКТ})}$ – рівень показника (фактичний) у порівнюваному періоді;
 Y_0 – рівень показника у попередньому або базовому періоді.

Відносний показник динаміки показує у скільки разів поточний рівень перевищує рівень попереднього (або базисного) періоду. Якщо результат відношення помножити на 100, він покаже скільки відсотків становить порівнюваний показник від бази порівняння.

Наприклад, прибуток підприємства за 2019 рік становив $Y_0 = 10$ млн грн, а за 2020 рік $Y_{1(\text{ФАКТ})} = 15$ млн грн.

$$BB_{\text{Д}} = \frac{Y_1}{Y_0} = \frac{15}{10} = 1,500 = 150,0\%;$$

Тобто, сума прибутку за два роки зросла в 1,5 раза (2020 року вона становила 150,0 % від рівня 2019 року, тобто на 50,0 % більше).

Відносні величини динаміки будуть розглянуті у пп. 8.2.

2. Відносні величини планового завдання – відношення планової величини показника за певний період до фактичної величини цього показника у базовому (попередньому) періоді:

$$BB_{\text{ПЗ}} = \frac{Y_{1(\text{ПЛАН})}}{Y_0},$$

де, $Y_{1(\text{ПЛАН})}$ – рівень планового показника у порівнюваному періоді;

Y_0 – рівень показника у попередньому або базовому періоді.

Залежно від одиниці виміру ця відносна величина показує у скільки разів планове значення показника перевищує його фактичне значення в базисному періоді або яку частку воно становить у базисній.

Наприклад, прибуток підприємства за 2019 рік становив $Y_0 = 10$ млн грн, а 2020 р. його планували збільшити до $Y_{1(ПЛАН)} = 20$ млн грн.

$$BB_{ПЗ} = \frac{Y_{1(ПЛАН)}}{Y_0} = \frac{20}{10} = 2,000 = 200,0 \, \%$$

Це означає, що прибуток планували підвищити у порівнянні з базовим роком у 2,0 раза (прибуток планувався на рівні 200 % від попереднього року).

3. Відносні величини виконання плану – відношення фактичного рівня показника до рівня, запланованого на цей період:

$$BB_{ВП} = \frac{Y_{ФАКТ}}{Y_{ПЛАН}},$$

де, $Y_{ПЛАН}$ – рівень планового показника у порівнюваному періоді;

$Y_{1(ФАКТ)}$ – рівень показника (фактичний) у порівнюваному періоді.

Ця величина показує у скільки разів фактичне значення показника більше або менше за його планове значення.

Наприклад, на 2020 рік планували отримати прибуток в сумі $Y_{1(ПЛАН)} = 20$ млн грн, а фактично отримали $Y_{1(ФАКТ)} = 15$ млн грн.

$$BB_{ВП} = \frac{Y_{ФАКТ}}{Y_{ПЛ}} = \frac{15}{20} = 0,750 = 75,0 \, \%$$

Це означає, що план було виконано на 75,0 %, недовиконання плану становить: $100 - 75,0 = 25,0 \, \%$.

Аналогічно визначають відносні величини порівняння з еталоном ($BB_{ПЕ}$) – як порівняння фактичних значень показника з певним стандартом, нормативом або оптимальним рівнем.

Між відносними величинами планового завдання, виконання плану та динаміки існує взаємозв'язок:

$$BB_{Д} = BB_{ПЗ} \times BB_{ВП}.$$

У вищенаведеному прикладі це співвідношення має вигляд:

$$BB_{Д} = 2,000 \times 0,750 = 1,500.$$

4. Відносні величини структури – відношення частини явища до загального підсумку, виражене у відсотках:

$$BB_{С} = \frac{f_i}{\Sigma f_i} \cdot 100,$$

де, f_i – частка;

Σf_i – сума часток у межах сукупності.

По сукупності розраховують таку кількість відносних величин структури, скільки у ній виділено частин. Відносні величини структури виражають у процентах або частках одиниці, відповідно, їх сума становить 100 % або 1. Вони показують, яку питому вагу займають окремі частини явища в загальному обсязі.

Наприклад, за 2020 рік агрофірма отримала прибуток в сумі $U_{1(ФАКТ)} = 15$ млн грн, в тому числі від галузі рослинництва $U_{РОСЛИН} = 12$ млн грн та від галузі тваринництва $U_{ТВАРИН} = 3$ млн грн.

$$BB_{С РОСЛИННИЦТВО} = \frac{U_{РОСЛИННИЦТВО}}{U_{ФАКТ}} \times 100 = \frac{12}{15} \times 100 = 80,0 \%$$

$$BB_{С ТВАРИННИЦТВО} = \frac{U_{ТВАРИННИЦТВО}}{U_{ФАКТ}} \times 100 = \frac{3}{15} \times 100 = 20,0 \%$$

Отже, агрофірма більшість прибутків (80 %) отримала від реалізації продукції рослинництва, продукція тваринництва принесла 20 % прибутку.

5. Відносні величини порівняння – результат зіставлення одних і тих же характеристик різних сукупностей або одиниць.

$$BB_{ПП} = \frac{U_A}{U_B}.$$

де, U_A – рівень показника у порівнюваному об'єкті;

U_B – рівень показника в об'єкті-базі порівняння.

Прикладом є відносні величини просторових порівнянь – співвідношення однойменних показників, що характеризують різні об'єкти (підприємства, галузі) або території (міста, регіони, країни) за один проміжок часу.

Як правило, за базу порівняння (у чисельнику) беруть меншу величину. Наприклад, якщо відносна величина порівняння прибутку двох підприємств-конкурентів становить 1,200 – це означає, що в одному із них прибуток у 1,2 рази (на 20,0 %) більше, ніж в іншому.

6. Відносні величини координації – характеризують співвідношення між окремими частинами цілого, одна з яких є базою порівняння. Як правило, за базу порівняння беруть меншу частину. Відносні величини координації показують скільки частин однієї частини сукупності припадають на одиницю (або на певну кількість одиниць) іншої частини. Наприклад, скільки жінок припадає на 100 чоловіків.

У наведеному раніше прикладі агрофірмою було отримано прибуток від галузі рослинництва $U_{\text{РОСЛИН}} = 12$ млн грн та від тваринництва $U_{\text{ТВАРИН}} = 3$ млн грн.

$$BB_K = \frac{U_{\text{РОСЛИННИЦТВА}}}{U_{\text{ТВАРИННИЦТВА}}} = \frac{12}{3} = 4.$$

Отже, прибуток від галузі рослинництва в 4 рази більше, ніж від галузі тваринництва.

7. Відносні величини інтенсивності – характеризують ступінь поширення одного явища у порівнянні з іншим, співвідношення розмірів двох якісно різних, але взаємопов'язаних явищ. На відміну від інших видів відносних величин інтенсивність вимірюють не у коефіцієнтах або процентах, а в одиницях, які поєднують одиниці вимірювання чисельника і знаменника. Наприклад, показник рівня економічного розвитку країни – ВВП (долари США) на душу населення, демографічні коефіцієнти (народжуваності, смертності): коефіцієнт народжуваності – скільки дітей народилося у розрахунку на 1000 осіб населення, кількість розлучень на 1000 зареєстрованих шлюбів тощо.

Розглянуті відносні показники можна об'єднати у дві групи:

1) розраховані як відношення між однойменними показниками. До них відносять відносні величини динаміки, відносні величини планового завдання, відносні величини виконання плану, відносні величини структури, відносні величини порівняння;

2) розраховані як відношення між різнойменними показниками. До них відносять відносні величини координації та відносні величини інтенсивності.

4.3. Об'ємні середні величини

Середні величини дають узагальнюючу характеристику кількісних ознак, значення яких коливається (варіює). Значення середнього показника показує найбільш типовий, об'єктивний рівень певної кількісної ознаки по сукупності. Наприклад, середня ціна квадратного метра у новобудовах Києва, середня заробітна плата по Україні у 2020 році.

Усі об'ємні середні величини розраховують за загальною логічною формулою: відношення обсягу ознаки до обсягу сукупності.

Якщо, наприклад, якщо є дані про фонд оплати праці за місяць та про кількість працівників, середньомісячну заробітну плату визначають діленням фонду оплати праці на кількість працівників.

Об'ємні середні визначають у розрахунку на одиницю сукупності. Проте, середня величина абстрактна і може не збігатися з жодним з індивідуальних значень ознаки.

У сукупностях, в яких значення ознаки повторюються, для кожної з них визначають кількість повторень. Такий процес називають зважуванням, а число елементів сукупності з однаковими варіантами – вагами. Відповідно, середню, розраховану для згрупованих даних, називають зваженою.

Об'ємні середні одержують із формули степеневій середньої:

– для незгрупованих даних із формули середньої простої степеневій:

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x^k}{n}};$$

– для згрупованих даних із формули середньої зваженої степеневій:

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k n_i}{\sum n_i}},$$

де, $\bar{x}$ – степенева середня;

k – змінна: показник ступеня, що визначає вид середньої;

x або x_i – варіанта;

n_i – частота ($n = \sum n_i$).

Якщо до формули степеневій середньої замість k підставити число 1 – отримуємо середню арифметичну, якщо -1 – середню гармонійну, якщо 0 – середню геометричну, якщо 2 – середню квадратичну, якщо 3 – середню кубічну.

Попре наявність різних видів середніх об'ємних показників для кожної сукупності лише одна з них є правильним співвідношенням для визначення середньої, яке обирають залежно від наявних даних.

Найбільш поширені види об'ємних середніх величин:

1. Середня арифметична проста – використовується у сукупностях, в яких кожна варіанта зустрічається один раз або однакову кількість разів:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n},$$

де, x – варіанта;

n – кількість варіант.

Отже, середню арифметичну просту визначають діленням суми окремих варіант значень ознаки на загальне число варіант.

Приклад: витрати членів родини на дозвілля за місяць становить 700, 1300, 2500 грн. Середня сума витрат на одну людину становить:

$$\bar{x} = \frac{700 + 1300 + 2500}{3} = \frac{4500}{3} = 1500 \text{ грн.}$$

Сума відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої арифметичної дорівнює нулю. В нашому прикладі це:

$$(700 - 1500) + (1300 - 1500) + (2500 - 1500) = (-800) + (-200) + 1000 = 0.$$

Середня арифметична має й інші математичні властивості, які, зокрема, дозволяють спростити її розрахунок:

1) якщо частоти ряду розподілу замінити частотами, то величина середньої арифметичної не зміниться;

2) якщо до варіант ряду додати (або відняти) одну й ту ж величину, то середня арифметична збільшиться (або зменшиться) на цю величину;

3) якщо варіанти ряду помножити або поділити на одну величину, то середня буде, відповідно, більшою або меншою в стільки разів;

4) сума квадратів відхилень від середньої арифметичної завжди менша, ніж сума квадратів відхилень від будь-якої іншої величини.

Середня арифметична проста є найбільш поширеним видом середньої величини. Проте, її використання для сукупностей, в яких ознака, що потребує усереднення, зустрічається неоднакову кількість разів, дає хибні результати. Наприклад, підприємство реалізувало продукцію А за ціною 900 грн/ц в кількості 1000 ц, залишки продукції в кількості 2 ц були реалізовані за ціною 600 грн. Потрібно визначити середню ціну реалізації 1 ц. Якщо використати формулу середньої арифметичної простої, то середня ціна розраховується із двох варіант: $(900 + 600) / 2 = 750,00$ грн. Проте, очевидно, що така середня не дає об'єктивну інформацію, оскільки не враховує скільки продукції продано за кожною із двох варіант цін. Отже, необхідно використати інший вид середньої арифметичної – зважену.

2. Середня арифметична зважена застосовується якщо варіанти зустрічаються у сукупності неоднакову кількість разів:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + \dots x_n n_n}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots n_n}$$

де, x_i – варіанта,

n_i – частота.

Для вище наведеного прикладу середня ціна 1 ц становить:

$$\bar{x} = \frac{1000 \times 900 + 2 \times 600}{1000 + 2} = \frac{901200}{1002} = 899,40 \text{ грн.}$$

Зважування в цьому разі проводять за частотами, які показують, скільки разів повторюється певна варіанта.

За наведеною формулою визначають середню у дискретному ряду розподілу, а в інтервальних рядах середню арифметичну зважену обчислюють за серединними значеннями інтервалів, які визначають як півсуму їх нижньої та верхньої межі.

Наприклад, за даними щодо розміру премії працівникам підприємства (табл. 16) визначити її середнє значення.

Таблиця 16

Дані ряду розподілу премії в ПрАТ «Світанок», вересень 2020 р.

Інтервал за розміром премії, грн	Серединне значення інтервалу, грн, x_i	Частота (кількість працівників), n_i
I. 1000-2000	1500	10
II. 2000-3000	2500	20
III. 3000-4000	3500	5
Всього	Σ	35

$$\bar{x} = \frac{1500 \times 10 + 2500 \times 20 + 3500 \times 5}{35} = 2357,14 \text{ грн.}$$

Отже, середній розмір премії – 2357,14 грн на одного працівника.

При обчисленні серединних значень відкритих першого і останнього інтервалів, в яких межі не зазначені, використовують наступні методики:

– щоб знайти серединне значення першого відкритого інтервалу, від його верхньої межі віднімають половину величини наступного інтервалу;

– щоб визначити серединне значення останнього відкритого інтервалу, до його нижньої межі додають половину величини попереднього інтервалу.

3. Середня гармонійна проста – використовується якщо відомий загальний обсяг явища та індивідуальні значення ознаки, а частоти невідомі:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}},$$

де, x – варіанта;

n – кількість варіант.

Середня гармонійна – це обернена величина до середньої арифметичної. Її застосовують якщо показник, що виступає статистичною вагою, відсутній і його слід визначити на основі відомих варіант та добутку варіант на частоту. Замість гармонійної завжди можна розрахувати середню арифметичну, попередньо визначивши ваги окремих значень ознаки.

Наприклад, три працівники впродовж 60 хвилин виготовляли однакові деталі. Перший працівник витрачав на одну деталь 10 хвилин, другий – 12, третій – 15. Потрібно знайти середній час на виготовлення однієї деталі. Розрахунок за формулою середньої арифметичної був би правильним, якби кожен працівник зробив по одній деталі, а не працював цілу годину. Для розрахунку кількості деталей, виготовлених кожним працівником, використаємо логічну формулу: кількість часу поділимо на кількість виготовлених деталей за годину.

$$\bar{x} = \frac{60 + 60 + 60}{\frac{60}{10} + \frac{60}{12} + \frac{60}{15}} = \frac{180}{6 + 5 + 4} = \frac{180}{15} = 12 \text{ хв.}$$

Отже, загальні затрати часу на виробництво становлять 180 люд.-хв., загальна кількість виготовлених деталей – 15, середні затрати часу на виробництво однієї деталі (трудомісткість) – 12 хвилин.

4. Середня гармонійна зважена – використовується якщо величина показника, що знаходиться у знаменнику відношення, безпосередньо невідома, при цьому у якості ваги використовують добуток показника, що знаходиться в чисельнику:

$$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}},$$

де, $\sum w$ – загальний обсяг явища;

x – варіанта.

Наприклад, у бригаді з 10 осіб двоє витрачають на виробництво деталі по 10 хвилин, двоє – по 12 і шестеро – по 15 хвилин, середні затрати часу на виробництво однієї деталі становлять:

$$\bar{x} = \frac{60 \times 10}{\frac{60 \times 2}{10} + \frac{60 \times 2}{12} + \frac{60 \times 6}{15}} = \frac{600}{12 + 10 + 24} = \frac{600}{46} = 13 \text{ хв.}$$

5. Середня хронологічна – використовується якщо є дані про розміри явища на певний момент часу (дату) і потрібно розрахувати середню за певний період:

$$\bar{x} = \frac{0,5x_1 + x_2 + x_3 + \dots + 0,5x_n}{n-1},$$

де, x_1 – варіанта, що стосується першого моменту часу,

x_n – варіанта, що стосується останнього моменту часу;

n – кількість моментів часу.

Формула середньої хронологічної є похідною від формули середньої арифметичної простої для випадків, коли потрібно перейти від моментного ряду динаміки до інтервального. При цьому виходять із того, що в моментному ряду динаміки кожна варіанта одночасно характеризує кінець попереднього періоду і початок наступного. Наприклад, якщо є дані станом на 1 січня та 1 лютого, то при визначенні середньої хронологічної за січень знаходять середню із цих двох варіант. При цьому моментів часу завжди на один більше ніж кількість інтервалів.

Наприклад, потрібно визначити середньорічну чисельність працівників фірми за даними станом на: 1.01.2018 р. – 200, 1.01.2019 р. – 220, 1.01.2020 р. – 260, 1.01.2021 р. – 250 осіб. Слід зазначити, що середню можна визначати лише за 3 роки (2018-2020 рр.), оскільки за 2021 рік є дані лише станом на початок року.

Якщо розраховувати середньорічну чисельність показників за 3 роки за формулою середньої арифметичної ми повинні спочатку визначити середню за 2018, 2019 та 2020 роки, а далі знайти середню із цих середньорічних варіант:

$$\bar{x}_{2018} = \frac{\sum x}{n} = \frac{200 + 220}{2} = 210;$$

$$\bar{x}_{2019} = \frac{\sum x}{n} = \frac{220 + 260}{2} = 240;$$

$$\bar{x}_{2020} = \frac{\sum x}{n} = \frac{260 + 250}{2} = 255;$$

$$\bar{x}_{2018-2020} = \frac{\sum x}{n} = \frac{210 + 240 + 255}{3} = 235.$$

Якщо ж використати формулу середньої хронологічної, кількість розрахункових операцій скоротиться, а результат буде ідентичним:

$$\bar{x} = \frac{0,5 \times 200 + 220 + 260 + 0,5 \times 250}{4-1} = \frac{100 + 220 + 260 + 125}{3} = \frac{705}{3} = 235 \text{ осіб.}$$

6. Середня геометрична проста – використовується якщо загальний обсяг явищ становить не суму, а добуток ознак:

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots \times x_n},$$

де, n – число одиниць спостережень.

Середня геометрична проста – це корінь ступеня числа спостережень (n) з добутку даних чисел: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$.

Її використовують, наприклад, для визначення середньої з відносних величин динаміки: оскільки їх визначають як дробі з різними знаменниками, підсумовувати їх математично неправильно. Для визначення загальної зміни явища за певний період їх не додають, а множать. Так, якщо є дані щодо рівня інфляції за кожен рік (2014 р. – 1,249, 2015 р. – 1,433, 2016 р. – 1,124, 2017 р. – 1,137, 2018 р. – 1,098, 2019 р. – 1,041), то загальний рівень інфляції за 6 років становить їх добуток – 2,615. В середньому за 2014-2019 рр. щорічна інфляція складала 1,174 (17,4%).

$$\bar{x} = \sqrt[6]{1,249 \times 1,433 \times 1,124 \times 1,137 \times 1,098 \times 1,041} = \sqrt[6]{2,6145} = 1,174.$$

Також використовують інші види об'ємних середніх величин:

середня геометрична зважена – $\bar{x} = \sqrt[n]{x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_n^{n_n}};$

середня квадратична проста – $\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}};$

середня квадратична зважена – $\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 n_i}{\sum n_i}};;$

середня кубічна проста – $\bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}};$

$$\text{середня кубічна зважена} - \bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3 n_i}{\sum n_i}}.$$

Формулу середньої квадратичної використовують при розрахунку середнього розміру ознаки, вираженої у квадратичних одиницях виміру (наприклад, при визначенні середньої величини земельних ділянок тощо) та при визначенні середніх показників варіації. Формулу середньої кубічної використовують при узагальненні ознаки, що виражена у кубічних одиницях виміру, наприклад показників об'єму в кубометрах тощо.

Різні види середніх, обчислені на основі однієї інформації, мають різну величину, що показує «правило мажорантності»:

$$\bar{X}_{\text{ГАРМ}} < \bar{X}_{\text{ГЕОМ}} < \bar{X}_{\text{АРИФ}} < \bar{X}_{\text{КВАДР}}.$$

Проте, в соціально-економічній статистиці це правило не може бути застосоване, оскільки обчислення різних середніх для однієї й тієї ж сукупності недоцільне. Не може бути, наприклад, двох правильно розрахованих середніх цін на одну й ту ж продукцію (наприклад, на 1 кг картоплі) за один і той самий рік (наприклад, за 2020 р.) по одному об'єкту (наприклад, по Україні).

В економічних дослідженнях також розраховують середню прогресивну величину, яку визначають з «найкращих» (як правило, найбільших) показників. При цьому спочатку для всіх варіант визначають середню арифметичну, далі відбирають варіанти зі значеннями вище за середню і з них ще раз розраховують середню, яка і є середньою прогресивною.

4.4. Структурні середні величини

Структурні середні – значення ознаки, визначені за структурою розподілу варіант у варіаційному ряді.

У варіаційних рядах розподілу обчислюються так звані порядкові (структурні) середні – мода і медіана, які мають свої переваги при вирішенні деяких практичних завдань. На відміну від об'ємних середніх, які є абстрактними величинами, ці характеристики завжди збігаються з конкретними варіантами.

Порядкові (структурні) середні:

1. Мода (M_o) – ознака, яка найчастіше зустрічається в даному варіаційному ряду.

На відміну від усіх інших видів середніх, у варіаційному ряду може бути не одна мода, а 2-3 й навіть більше.

Моду зазвичай використовують у випадках коли визначати середню арифметичну недоцільно. Наприклад, немає сенсу обчислювати середній розмір одягу, що виробляється підприємством.

У дискретному ряду мода відповідає варіанті з найбільшою частотою. Наприклад, підприємство реалізувало жіночі костюми однієї моделі трьох розмірів: 44 – 150 штук, 46 – 180 штук, 48 – 100 штук, мода (модальне значення) – 46, тобто найкраще продаються костюми 46 розміру.

Для інтервального ряду розподілу спочатку визначають інтервал (інтервали), що містить моду – модальний. В рядах з рівними інтервалами модальним інтервалом є інтервал з найбільшою частотою, в рядах з нерівними інтервалами – з найбільшою щільністю розподілу.

В рядах з рівними інтервалами моду визначають за формулою:

$$M_o = x_{M_o \min} + i \frac{n_{M_o} - n_{M_{o-1}}}{(n_{M_o} - n_{M_{o-1}}) + (n_{M_o} - n_{M_{o+1}})},$$

де, $x_{M_o \min}$ – нижня границя модального інтервалу;

i – величина інтервалу;

n_{M_o} – частота модального інтервалу;

$n_{M_{o-1}}$ – частота передмодального інтервалу;

$n_{M_{o+1}}$ – частота післямодального інтервалу.

Наприклад, за даними щодо розподілу підприємств галузі за сумою чистого доходу (табл. 17) визначимо моду.

Таблиця 17

Дані ряду розподілу підприємств за сумою доходу, січень 2020 р.

Інтервал за доходом, тис. грн	Частота (кількість підприємств), n_i	Накопичена частота, S
I. 500-1000	10	10
II. 1000-1500	15	25
III. 1500-2000	40	65
IV. 2000-2500	20	85
V. 2500-3000	15	100
Всього	100	×

Модальним є III інтервал, у якому найбільша частота, відповідно II інтервал – передмодальний, а IV – післямодальний.

У модальному інтервалі визначаємо моду:

$$M_o = 1500 + (500 \times \frac{40 - 15}{(40 - 15) + (40 - 20)}) = 1500 + 278 = 1778.$$

Отже, модальне значення доходу – 1778 тис. грн.

Для рядів розподілу, в яких є два і більше інтервали з найбільшою частотою, визначають відповідну кількість модальних значень. Якщо модальні інтервали розташовані поряд, їх можна об'єднати в укрупнений інтервал, приклад наведемо у табл. 18.

Таблиця 18

Дані ряду розподілу підприємств за сумою доходу, 2020 р.

Інтервал за доходом, тис. грн	Частота (кількість підприємств), n_i
I. 500-1000	5
II. 1000-1500	15
III. 1500-2000	20
IV. 2000-2500	30
V. 2500-3000	30
Всього	100

Оскільки одразу два інтервали (IV та V) містять однакову кількість частот, яка є найбільшою серед інших, модальним буде укрупнений інтервал із сумою доходу 2000-3000 тис. грн. Відповідно, III інтервал буде передмодальним, а післямодальний інтервал відсутній, оскільки модальний інтервал є останнім в ряду розподілу, відповідно при розрахунку моди замість значення n_{M_o+1} підставляємо число 0.

$$M_o = 2000 + (1000 \times \frac{60 - 20}{(60 - 20) + (60 - 0)}) = 2000 + 400 = 2400.$$

Отже, модальне значення доходу – 2400 тис. грн.

2. Медіана – значення варіаційної ознаки, яке припадає на середину варіаційного ряду.

Медіану визначають для вирішення деяких практичних завдань, зокрема при виборі оптимального місця об'єктів, які доцільно розташовувати не в географічному центрі території, а в точці найбільш наближеної до пов'язаних з нею об'єктів. Наприклад, при виборі місця розташування контейнерів для збору побутових відходів в мікрорайоні, медіана дозволить визначити оптимальну «точку» найменшої відстані від усіх будинків.

В ранжированому ряду медіана поділяє ряд на дві однакові

частини. Якщо кількість частот ряду парна, то медіана дорівнює середній арифметичній із двох центральних варіант.

Наприклад: є інформація щодо рентабельності (%) 31 підприємства, розташована у ранжирований ряд:

19,1 19,5 19,8 20,0 21,1 22,1 22,3 23,2 24,0 24,2 25,1 25,9 26,4
27,1 27,4 27,5 28,1 28,4 28,9 29,0 29,1 29,2 29,6 29,8 30,0 30,2
30,6 31,1 35,0 37,8 38,0.

Медіаною є 16 значення у ряду, тобто 27,5 %.

Для обчислення медіани інтервального варіаційного ряду спочатку знаходять медіанний інтервал, який містить медіану, з використанням показника «накопичена частота». Накопичену частоту визначають як наростаючий підсумок частот, починаючи з першого інтервалу. Медіанним є інтервал в якому знаходиться перша накопичена частота, що перевищує половину всього обсягу сукупності.

В інтервальному ряду медіану визначають за формулою:

$$M_e = x_{Me \min} + i \frac{\frac{\Sigma n}{2} - S_{Me-1}}{n_{Me}},$$

де, $x_{Me \min}$ – нижня межа медіанного інтервалу;

i – величина медіанного інтервалу;

$\frac{\Sigma n}{2}$ – половина суми всіх частот;

S_{Me-1} – накопичена частота передмедіанного інтервалу;

n_{Me} – частота медіанного інтервалу.

Для наведеного вище прикладу щодо розподілу підприємств за сумою доходу (табл. 17), медіанним є III інтервал, оскільки у ньому вперше накопичена перевищує число 50, тобто половину всіх частот. Значення медіани становить 1813 тис. грн:

$$M_e = 1500 + 500 \frac{\frac{100}{2} - 25}{40} = 1500 + 312,5 = 1812,5 \approx 1813.$$

Між модою, медіаною та середньою арифметичною є взаємозв'язок, який Карл Пірсон виразив рівнянням:

$$M_e = \frac{1}{3} M_o + \frac{2}{3} x.$$

Проте, ця рівність дотримується лише у симетричних та помірно-асиметричних рядах розподілу, які будуть розглянуті у темі 5.

Крім моди та медіани для оцінки рядів розподілу використовують також такі характеристики як квартилі та децилі. Якщо медіана ділить варіаційний ряд на дві однакові за обсягом частини, то в кожній частині, у свою чергу, можна знайти квартиль – варіанту, яка також ділить її на дві підгрупи Децилі поділяють ранжирований ряд на 10 рівних частин.

Тести

1. Абсолютні показники відображають:

- а) розміри ознак окремих одиниць сукупності;
- б) кількісні ознаки певної сукупності;
- в) розмір кількісних ознак досліджуваних явищ;
- г) кількісні та якісні ознаки досліджуваних явищ.

2. Показники, які виражають розмір (обсяг, рівень) кількісних ознак досліджуваних явищ, називають:

- а) кількісні показники;
- б) якісні (атрибутивні) показники;
- в) абсолютні показники;
- г) вартісні показники.

3. Які показники відносять до відносних?

- а) узагальнюючі показники, які є результатом співвідношення (ділення) абсолютних величин;
- б) показники, що дають узагальнюючу кількісну характеристику статистичним сукупностям однотипних явищ по варіаційній ознаці;
- в) показники, що узагальнюють розміри однойменних величин;
- г) показники, що дають характеристику відношення окремих величин.

4. Що є базою порівняння у формулі відносних величин?

- а) чисельник;
- б) знаменник;
- в) 100 %;
- г) звітна величина.

5. Натуральні показники відображають розміри тих чи інших явищ в одинцях виміру:

- а) маси;
- б) об'єму;
- в) довжини та площі;
- г) всі відповіді правильні.

6. В яких вимірниках (одиницях виміру) не виражають абсолютні показники?

- а) прямих і непрямих;
- б) натуральних і умовно-натуральних;
- в) комбінованих;
- г) вартісних.

7. В яких одиницях виражають відносні показники, якщо базова величина приймається за одиницю?

- а) проценти;
- б) проміле;
- в) коефіцієнти;
- г) продециміле.

8. В яких одиницях виражають відносні показники, якщо базову величину приймають за 100?

- а) проценти;
- б) проміле;
- в) коефіцієнти;
- г) продециміле.

9. Яка відносна величина характеризує відношення фактичного рівня показника до рівня, запланованого на той же період?

- а) відносна величина виконання плану;
- б) відносна величина планового завдання;
- в) відносна величина порівняння;
- г) відносна величина координації.

10. Яка відносна величина характеризує зміну явищ і процесів у часі?

- а) відносна величина виконання плану;
- б) відносна величина планового завдання;
- в) відносна величина порівняння;
- г) відносна величина динаміки.

11. Відносні показники динаміки характеризують:

- а) відношення між фізичними показниками;
- б) відношення між різнойменними (різноякісними) показниками;
- в) зміни суспільних явищ і процесів у часі;
- г) співвідношення між складовими частинами цілого.

12. Відносні показники структури характеризують:

- а) зміни суспільних явищ і процесів у часі;
- б) відношення між різнойменними (різноякісними) показниками;
- в) склад явища, тобто показують, яку питому вагу займають окремі частини в усьому явищі;
- г) співвідношення між складовими частинами цілого.

13. Відносні показники інтенсивності характеризують:

- а) зміни суспільних явищ і процесів у часі;
- б) співвідношення розмірів двох якісно різних, але взаємопов'язаних явищ;
- в) склад суспільного явища;
- г) співвідношення між складовими частинами цілого.

14. Відносні показники координації характеризують:

- а) зміни суспільних явищ і процесів у часі;
- б) відношення між різнойменними (різноякісними) показниками;
- в) яку питому вагу займають окремі частини в усьому явищі;
- г) співвідношення між складовими частинами цілого.

15. Які показники називають середніми величинами?

- а) які характеризують індивідуальний розмір ознаки;
- б) які дають узагальнюючу кількісну характеристику статистичним сукупностям однотипних явищ по варіаційній ознаці;
- в) які дають узагальнюючу якісну та кількісну характеристику порівнюваних розмірів однойменних величин;
- г) які характеризують відношення окремих величин.

16. Яких вимог при розрахунку середньої величини необхідно дотримуватись, щоб вона була дійсно типовою?

- а) середня не повинна підлягати дії випадкових коливань;
- б) сукупність об'єктів повинна бути якісно однорідною;
- в) середня повинна обчислюватись за даними, перевіреними шляхом аудиту;

г) сукупність для обчислення середньої повинна бути менше за 20-30 одиниць.

17. Чому дорівнює сума відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої арифметичної?

- а) постійній величині;
- б) нулю;
- в) від'ємній величині;
- г) додатній величині.

18. Середні величини, які визначають відношенням обсягу ознаки до обсягу сукупності, відносять до:

- а) відносних величин;
- б) об'ємних середніх;
- в) структурних середніх;
- г) простих середніх.

19. До об'ємних середніх величин відносять такі показники як:

- а) середня арифметична, середня геометрична, середня гармонійна, середня квадратична;
- б) мода, медіана;
- в) мода, медіана, середня хронологічна;
- г) всі відповіді вірні.

20. Значення ознаки, що відрізняються особливим розташуванням у варіаційному ряді розподілу, відносять до:

- а) відносних величин;
- б) об'ємних середніх;
- в) структурних середніх;
- г) простих середніх.

21. Який вид середньої розраховують, якщо відомий загальний обсяг явища та індивідуальні значення ознаки, а частоти невідомі?

- а) середня арифметична проста;
- б) середня арифметична зважена;
- в) середня гармонійна проста;
- г) середня гармонійна зважена.

22. Який вид середньої розраховують, якщо кожна варіанта зустрічається у сукупності один раз або однакову кількість разів?

- а) середня арифметична проста;
- б) середня арифметична зважена;
- в) середня гармонійна проста;
- г) середня гармонійна зважена.

23. Який вид середньої розраховують, якщо варіанти зустрічаються у сукупності неоднакову кількість разів?

- а) середня арифметична проста;
- б) середня арифметична зважена;
- в) середня гармонійна проста;
- г) середня гармонійна зважена.

24. Який вид середньої розраховують якщо величина показника, що знаходиться у знаменнику відношення, безпосередньо невідома?

- а) середня арифметична проста;
- б) середня арифметична зважена;
- в) середня гармонійна проста;
- г) середня гармонійна зважена.

25. Який вид середньої розраховують якщо загальний обсяг явищ становить не суму, а добуток ознак?

- а) середня арифметична;
- б) середня хронологічна;
- в) середня гармонійна;
- г) середня геометрична.

26. Який вид середньої розраховують у моментному ряду динаміки, коли є дані про розміри явища на певний момент часу?

- а) середня арифметична;
- б) середня хронологічна;
- в) середня гармонійна;
- г) середня геометрична.

27. Як називають варіанту ознаки, що найчастіше зустрічається у ряду розподілу?

- а) середня арифметична;
- б) середня геометрична;
- в) мода;

г) медіана.

28. До якого виду середніх належить варіанта, що приходить на середину варіаційного ряду?

- а) середня арифметична;
- б) середня геометрична;
- в) мода;
- г) медіана.

Правильні відповіді: 1 – в; 2 – в; 3 – а; 4 – б; 5 – г; 6 – а; 7 – в; 8 – а; 9 – а; 10 – г; 11 – в; 12 – в; 13 – б; 14 – г; 15 – б; 16 – б; 17 – б; 18 – б; 19 – а; 20 – в; 21 – в; 22 – а; 23 – б; 24 – г; 25 – г; 26 – б; 27 – в; 28 – г.

Практичні завдання

Завдання «Ідентифікація узагальнюючих статистичних показників»

Зміст завдання: ознайомитися з матеріалами, що містять інформацію про розвиток країни, та ідентифікувати статистичні показники, наведені у цих матеріалах.

Порядок виконання

1) ідентифікувати статистичні показники, наведені у матеріалі, за нижченаведеним прикладом виконання завдання.

Інформація Пенсійного фонду України

Станом на 1 січня 2019 року на обліку в Пенсійному фонді України перебувало 11,5 млн пенсіонерів, що на 6,5% менше ніж 3 роки тому (на початок 2016 року їх було 12,3 млн).

Середній розмір пенсії на 1.01.2019 року становив 2646 грн, у порівнянні з 1 січнем 2016 року (1700 грн) він зріс на 55,6%. Мінімальна пенсія на 1.01.19 р. становила 1497 грн, з 1 липня 2019 р. її планують підняти на 4,5% (до 1564 грн). Максимальний розмір призначеної пенсії у січні 2019 р. – 14970 грн. Але пенсії призначені раніше, виплачуються у встановлених розмірах без обмежень.

Із загальної чисельності пенсіонерів 63,0 % жінок та 37,0 % чоловіків.

На час дослідження 10 працюючих українців утримували 11 пенсіонерів.

Приклад виконання завдання:

Станом на 1 січня 2019 року на обліку в Пенсійному фонді України перебувало 11,5 млн пенсіонерів абсолютна величина, що на 6,5 % відносна величина динаміки менше ніж 3 роки тому (на початок 2016 року їх було 12,3 млн абсолютна величина).

Завдання «Способи розрахунку об'ємних середніх величин»

Зміст завдання: за даними додатку Д обчислити: середню арифметичну росту; середню арифметичну зважену; середню гармонійну; середню хронологічну.

Порядок виконання

Статистичні середні відображують об'єктивну наявність певних умов, які проявляються в кожній одиниці досліджуваної сукупності.

Види об'ємних середніх величин:

1. Середня арифметична проста – використовується в тих випадках, коли всі варіанти зустрічаються у сукупності один раз або мають однакові частоти різних варіант.

Обчислюється за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n},$$

де, x – варіанта;

n – кількість одиниць спостереження.

Вибрати з додатку Д інформацію щодо суми прибутку 10 підприємств, занести дані до табл. 19 та розрахувати середній рівень прибутку на одне підприємство.

Таблиця 19

Вихідні дані для обчислення середньої арифметичної простої

Підприємства	Рівень прибутку підприємства, тис. грн
n	x
...	
10	
Всього	

2. Середня арифметична зважена – використовується у випадках, коли різні варіанти у досліджуваній сукупності повторюються неоднакову кількість разів або мають різну вагу.

Вона обчислюється за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i},$$

де, x_i – варіанта;

n_i – частота.

За даними табл. 20 розрахувати середню ціну реалізації 1 ц продукції.

Таблиця 20

Вихідні та розрахункові дані для обчислення середньої арифметичної зваженої

Культури	Вихідні дані		Розрахункові дані
	ціна реалізації 1 ц, грн	кількість реалізованої продукції, ц	...
	x_i	n_i	$x_i n_i$
Пшениця	102,75	10000	
Жито	91,19	2000	
Ячмінь	95,40	150	
Овес	88,41	450	
Кукурудза	107,27	2560	
Гречка	357,69	20	
Сочевиця	587,08	5	
Всього	x		

3. Середня гармонійна – використовується у тих випадках, коли відомий загальний обсяг явища (w) та індивідуальні значення ознаки (x), а частоти невідомі.

Визначається за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}},$$

де w – загальний обсяг явища;

x – варіанта.

З даними додатку Ж щодо фонду заробітної плати та табл. 21 визначити середній рівень заробітної плати.

Таблиця 21

**Вихідні та розрахункові дані
для обчислення середньої гармонійної**

Підприємство	Вихідні дані		Розрахункові дані
	фонд заробітної плати, тис. грн	середня заробітна плата, грн	...
	w	x	$w/x \times 1000$
1		15179	
2		6743	
3		7300	
4		13105	
5		5210	
6		7680	
7		9500	
8		14080	
9		12740	
10		10630	
Всього		$\times$	

4. Середня хронологічна використовується у моментному ряду динаміки, коли є дані про розміри явища на певний момент часу (дату).

Її обчислюють за формулою:

$$\bar{x} = \frac{0,5x_1 + x_2 + x_3 + \dots + 0,5x_n}{n-1}$$

де n – кількість моментів часу;

x – варіанта.

Розрахувати середню чисельність працівників за I квартал, за півроку та за рік за даними про чисельність працівників на підприємстві станом на:

1.01. – 375	1.06. – 435	1.11. – 377
1.02. – 380	1.07. – 474	1.12. – 351
1.03. – 395	1.08. – 446	1.01. наступного року – 360
1.04. – 406	1.09. – 450	
1.05. – 417	1.10. – 415	

Сформулювати висновки.

Завдання «Розрахунок структурних середніх величин»

Зміст завдання: за даними таблиці 12 «Характеристики ряду розподілу» обчислити середню величину ряду розподілу та визначити моду і медіану варіаційного ряду.

Порядок виконання

Таблиця 22

Вихідні та розрахункові дані для обчислення структурних середніх

Інтервали за рівнем ...	Серединне значення інтервалу	Частота (кількість підприємств)	Накопичена частота	Розрахункова величина
	x_i	n_i	S	$x_i n_i$
I.				
II.				
III.				
VI.				
V.				
Всього			×	

Середня величина ряду розподілу визначається за формулою середньої арифметичної зваженої (табл. 22):

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i}.$$

Для розкриття властивостей ряду розподілу обчислюють моду, медіану, чверті та десяті частини. Вони застосовуються для вивчення внутрішньої будови й структури рядів розподілу значень ознаки.

Мода – це варіаційна ознака, яка найчастіше зустрічається у даному варіаційному ряду. У дискретному ряду розподілу мода відповідає варіанті з найбільшою частотою.

Для інтервального ряду розподілу з рівними інтервалами інтервал, що містить моду (модальний), визначається за найбільшою частотою. У такому ряду мода (M_o) обчислюється за формулою:

$$M_o = x_{M_o \min} + i \frac{n_{M_o} - n_{M_o-1}}{(n_{M_o} - n_{M_o-1}) + (n_{M_o} - n_{M_o+1})},$$

де, $x_{M_o \min}$ – нижня границя модального інтервалу;

i – величина інтервалу;

n_{Mo} – частота модального інтервалу;

n_{Mo-1} – частота передмодального інтервалу;

n_{Mo+1} – частота післямодального інтервалу.

Медіана – значення варіаційної ознаки, яке приходить на середину варіаційного ряду. Якщо кількість членів ряду парна, медіана дорівнює середній арифметичній із двох серединних значень варіант.

Для обчислення медіани інтервального варіаційного ряду знаходять інтервал, який містить медіану, шляхом використання накопичених частот або частостей, що перебільшують половину всього обсягу сукупності. У знайденому інтервалі медіана (M_e) розраховується за формулою:

$$M_e = x_{Me\ min} + i \frac{\frac{\Sigma n}{2} - S_{Me-1}}{n_{Me}},$$

де, $x_{Me\ min}$ – нижня границя медіанного інтервалу;

i – величина інтервалу;

$\frac{\Sigma n}{2}$ – половина суми всіх частот;

S_{Me-1} – накопичена частота передмедіанного інтервалу;

n_{Me} – частота медіанного інтервалу.

Карл Пірсон встановив взаємозв'язок між модою, медіаною і середньою арифметичною, який виражається рівністю:

$$M_e = \frac{1}{3} M_o + \frac{2}{3} \bar{x}.$$

Сформулювати висновки.

ТЕМА 5. АНАЛІЗ РЯДІВ РОЗПОДІЛУ

- 5.1. Центральна тенденція ряду розподілу. Оцінка нерівномірності розподілу.
- 5.2. Варіація ознак. Показники варіації.
- 5.3. Види дисперсій, правило їх додавання.
- 5.4. Графічне зображення рядів розподілу.

5.1. Центральна тенденція ряду розподілу. Оцінка нерівномірності розподілу

Одним із напрямів аналізу рядів розподілу є оцінка його рівномірності або нерівномірності щодо окремих складових сукупності за досліджуваною ознакою. Наприклад, можна вивчати розподіл доходів між окремими групами населення країни, вкладами фізичних осіб між банківськими установами тощо. При цьому використовують такі характеристики варіаційного ряду як централізація, асиметрія, ексцес, концентрація та локалізація розподілу.

Централізація характеризує зосередженість (скупченість) обсягу ознаки в окремих одиницях, наприклад, накопичення капіталу в окремих банках, інвестицій в окремих галузях тощо.

З графічного та табличного зображення багатьох варіаційних рядів розподілу соціальних явищ можна побачити закономірність: варіанти мають тенденцію групуватися навколо центру розподілу.

Центральна тенденція – тенденція значень ознаки групуватися навколо центру розподілу частот.

Центральна тенденція у різних сукупностях проявляється по різному: в одних індивідуальні значення ознаки тісно скупчуються навколо центру розподілу, в інших значно відхиляються від нього. В неоднорідних сукупностях можуть бути дво- і багатoverшинні розподіли. Розподіл може бути симетричний, мати правосторонню або лівосторонню асиметрію (рис. 1).

Симетричний розподіл графічно зображений у вигляді дзвону з приблизно однаковими вітками кривої.

Асиметрія характеризує ступінь скошеності варіаційного ряду розподілу відносно його симетрії вправо або вліво.

Графічно (рис. 1) асиметрія описується напрямом більш довгої вітки кривої («дзвону») відносно моди.



Рис. 1. Форми розподілу для різних варіантів асиметрії

Як видно з рис. 1, у різних формах варіаційних рядів розподілу різне співвідношення значень ознаки по середній арифметичній ($\bar{x}$), медіані (M_e) та моді (M_o).

Вимірюють асиметрію за допомогою відповідного коефіцієнту.

Коефіцієнт асиметрії (A_s) розраховують за формулою нормованого моменту третього порядку (загальне поняття моментів розподілу та методичні засади їх розрахунку описані у навчальній літературі з математичної статистики):

$$A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3},$$

де, $\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 n_i}{\sum n_i},$

x_i – варіанти (індивідуальні значення ознаки),

$\bar{x}$ – середнє значення ознаки,

n_i – частота ознаки.

σ^3 – куб середнього квадратичного відхилення (даний показник буде розглянутий у пп. 5.2).

Якщо при розрахунку коефіцієнту асиметрії вийшло значення близьке до нуля ($A_s = 0$) – розподіл симетричний. Якщо в ряді розподілу переважають варіанти, значення яких більше за середню величину, значення коефіцієнту буде додатнім ($A_s > 0$), а асиметрія проявлятиметься у зміщенні вправо від центру. Якщо у ряді розподілу більше варіант, що менші за значенням від середньої, значення коефіцієнту асиметрії буде від'ємним ($A_s < 0$), а асиметрія – лівосторонньою.

Вважають, що при $A_s \leq \pm 0,25$ – асиметрія незначна, якщо значення коефіцієнту A_s знаходиться у межах $\pm 0,25-0,5$ – асиметрія помірна або середня, якщо $A_s > \pm 0,5$ – асиметрія значна.

Ще однією характеристикою відхилення ряду розподілу від нормального ряду є плоскість або гострота («крутість») вершини кривої розподілу. Для встановлення стрімкості підвищення (виступу) використовують показник *ексцесу*.

Коефіцієнт ексцесу (гостровершинності) (E_x) використовують для характеристики відхилення від нормального розподілу варіант із виступанням або падінням вершини кривої розподілу:

$$E_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3,$$

де, $\mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 n_i}{\sum n_i}$ – нормований момент четвертого порядку.

При нормальному типі ряду розподілу відношення $\frac{\mu_4}{\sigma^4} = 3$, тобто коефіцієнт ексцесу дорівнює нулю.

Помірне розміщення навколо центра розподілу варіант визначає форма ексцесу у вигляді мезокуртичної кривої (рис. 2).

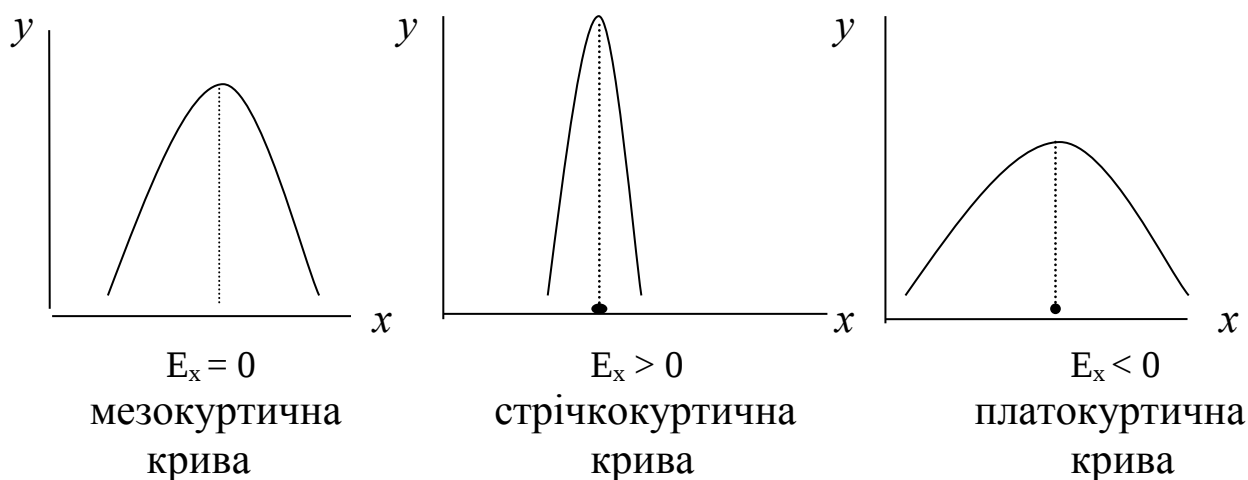


Рис. 2. Форми розподілу при різних значеннях ексцесу

Якщо ексцес додатний, то крива розподілу має вищу та гострішу вершину, ніж крива нормального розподілу. Якщо для ряду розподілу характерне розміщення більшості одиниць поблизу центра, то форму ексцесу зображує стрічкокуртична крива. Якщо ексцес від’ємний, то крива має нижчу та «плоскішу» вершину ніж крива нормального

розподілу. У цьому випадку варіанти значно віддалені від центра розподілу, а формою розподілу є платокуртична крива (форма силуету плато). Найбільша абсолютна величина від'ємного ексцесу становить мінус 2. При такому значенні вершина кривої опускається до осі абсцис і крива розподілу ділиться на дві самотійні одновершинні криві.

Ще однією характеристикою ряду розподілу є **концентрація**, яка показує як розподілений загальний обсяг досліджуваного явища між окремими одиницями сукупності. Ступінь концентрації прямо не залежить ані від обсягу сукупності, ані від чисельності її груп, вона пов'язана лише із нерівномірністю розподілу досліджуваної ознаки. Наприклад, характеризує концентрацію аварій на дорогах наступне співвідношення – 20 % водіїв створюють 80 % аварійних ситуацій.

Розрізняють абсолютну і відносну (релятивну) концентрацію.

Абсолютна концентрація показує яка частина досліджуваного явища припадає на певну частину сукупності – одиницю дослідження або інтервал. Наприклад, якщо вивчають концентрацію виробництва певної продукції на підприємствах однієї галузі, то абсолютний рівень концентрації визначають за середнім розміром виробництва на одному підприємстві – в середньому на одному хлібозаводі міста за зміну виготовляють 500 кг хлібобулочних виробів.

Абсолютну концентрацію обчислюють для визначення концентраційного внеску найбільш вагомих одиниць за показником:

$$H = \frac{\sum x_i^2}{(\sum x_i)^2},$$

де, x_i – сектор одиниці у загальному обсязі.

Відносна (релятивна) концентрація показує як розподілені частки загального обсягу досліджуваного явища між частками одиниць сукупності. Наприклад, відносний рівень концентрації виробництва продукції можна охарактеризувати таким прикладом співвідношення – 90% всієї продукції виробляють великі підприємства, які складають 10% від загальної кількості підприємств галузі.

Для оцінки концентрації розподілу зіставляють частки розподілу елементів сукупності з обсягом ознаки. При цьому визначають коефіцієнт концентрації (коефіцієнт Лоренца):

$$K_L = 1/2 \sum |xp_i - p_i|.$$

Коефіцієнт концентрації може мати значення від 0 до 1, чим більший ступінь концентрації, тим більше значення коефіцієнта: якщо $K_L = 0$, тобто $x p_i = p_i$ – розподіл вважають рівномірним; при $K_L = 0,1-0,25$ – концентрація ознаки низька; при $K_L = 0,25-0,35$ – концентрація ознаки помірна, при $K_L \geq 0,35$ – висока концентрація ознаки,

Графічно релятивну концентрацію зображують у вигляді кривої Лоренца (рис. 3). Ця крива є різновидом кумулятивної діаграми, яка відображає ступінь рівномірності розподілу.

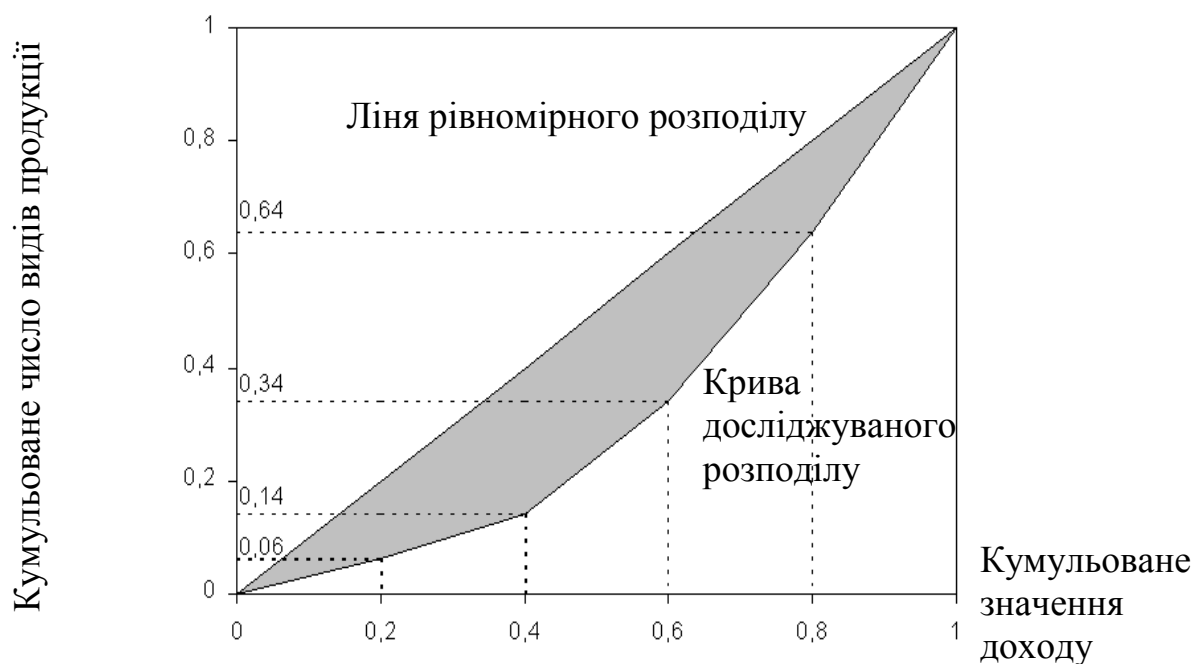


Рис. 3. Крива Лоренца релятивного розподілу концентрації

Діаграма при побудові кривої Лоренцо має форму квадрата, який будують у прямокутній системі координат, по осі абсцис і ординат наносять однакові масштабні шкали від 0 до 1 (або від 0 до 100%). На осі абсцис відкладають накопичені значення часток обсягу ознаки, на осі ординат – значення накопичених (кумулятивних) частот. При рівномірному розподілі елементів сукупностей за групувальною ознакою крива збігається з діагоналлю квадрата.

Якщо досліджують нерівномірність розподілу певної ознаки за територіальним принципом, то замість поняття «концентрація» вживають поняття «**локалізація**». Прикладом характеристики локалізації є факт, що близько 62% відомих світових запасів нафти та газу зосереджені у Перській затоці.

5.2. Варіація ознак. Показники варіації

Вище були розглянуті правила побудови статистичних рядів розподілу (упорядкованих сукупностей даних) та середні величини, що дають узагальнюючу характеристику сукупностей. Але характеристика сукупності за допомогою середньої величини не враховує як розташовані («розсіяні») навколо неї окремі варіанти, як вони коливаються в межах ряду розподілу, тобто не показує варіацію ознаки.

Однакове значення середньої величини може бути у зовсім різних за структурою варіант сукупностях. Наприклад, є інформація щодо відвідування занять студентами двох академічних груп впродовж тижня (табл. 23).

Таблиця 23

Дані щодо розподілу студентів за кількістю пропущених занять за тиждень

Кількість пропущених занять одним студентом (x_i)	Кількість студентів	
	1 група (n_i)	2 група (n_i)
0	1	19
1	18	—
2	1	—
20	—	1
Всього	20	20

Розраховані для обох сукупностей середні значення пропущених занять однакові – 1;

$$1 \text{ група} - \bar{x}_1 = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{0 + 1 \times 18 + 2 \times 1}{20} = 1;$$

$$2 \text{ група} - \bar{x}_2 = \frac{0 \times 19 + 20 \times 1}{20} = 1.$$

Тобто, як у першій, так і в другій групі кожен студент пропустив в середньому одне заняття за тиждень. Проте, відхилення від обчислених середніх мають різний характер. У першій групі фактична кількість пропущених занять для 18 студентів із 20 (тобто, для 90%) збігається із середньою. У другій групі для 100% випадків фактичне значення показника буде відрізнятися від середньої, при цьому для одного випадку (студента, який попустив 20 занять) – суттєво. Очевидно, що у першій групі середня характеристика більш надійна (більш типова), ніж у другій.

Якщо окремі значення ознаки суттєво відхиляються від середньої, то досліджувану сукупність вважають неоднорідною, а розрахована для неї середня нетиповою. При цьому важливий вплив як крайніх відхилень, так і сукупності всіх відхилень. Чим менша варіація, менше індивідуальні значення властивостей одиниць дослідження відрізняються один від одного, тим середня більш типова та надійна. Отже, для характеристики сукупності практичне значення має вивчення відхилень від середніх, а надійність середніх величин необхідно перевіряти за показниками, які вимірюють відхилення від них – показниками варіації.

Варіація (від лат. «variatio» – зміна, відмінність, коливання) – **кількісні зміни досліджуваної ознаки в межах однорідної сукупності, які зумовлені впливом різних чинників.**

Для кількісного виміру варіації використовують показники:

1. Розмах варіації – різниця між крайніми (екстремальними) значеннями ознаки варіаційного ряду:

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

де, $x_{\max}$, $x_{\min}$ – максимальне та мінімальне значення ознаки.

Визначають розмах варіації в тих же одиницях виміру, що і варіанти сукупності. Наприклад, при дослідженні варіації середньомісячної заробітної плати розмах варіації вимірюють у гривнях.

При визначенні розмаху варіації в інтервальних рядах розподілу використовують два способи розрахунку – або як різницю між верхньою межею останнього та нижньою межею першого інтервалу або як різницю між серединами крайніх інтервалів.

Розмах варіації простий у розрахунку та поясненні, але його значення залежить лише від двох крайніх варіант варіаційного ряду (які внаслідок випадкових причин можуть бути нетиповими) та не враховує всіх проміжних варіант. Отже, розмах дає лише загальне уявлення, наближену оцінку варіації, що звужує практичне використання цього показника до попередньої оцінки варіації.

2. Середнє лінійне відхилення – середня арифметична з абсолютних значень відхилень окремих варіант від середньої по сукупності.

Не зважаючи на те, що у визначенні йде мова про «відхилення варіант від середньої» при розрахунках віднімають середню від варіант, а не навпаки.

Для незгрупованих даних використовують формулу простого відхилення, для згрупованих – зваженого відхилення:

$$\text{просте середнє лінійне відхилення } d = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n};$$

$$\text{зважене середнє лінійне відхилення } d = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{\sum n_i},$$

де, x_i – варіанти (індивідуальні значення ознаки),

$\bar{x}$ – середнє значення ознаки,

n_i – частота ознаки.

Прямі дужки у формулі означають що абсолютні значення відхилень беруть по модулю, тобто підсумування виконують без урахування знаків відхилень (плюс або мінус). Причиною є наведена вище властивість середньої величини – сума відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої дорівнює нулю, отже для одержання суми всіх відхилень, відмінної від нуля, кожне відхилення слід брати як додатну величину.

3. Дисперсія – міра відхилення значень випадкової величини від середнього значення.

Дисперсію визначають як середній квадрат відхилень ознаки від середньої величини по сукупності:

$$\text{проста дисперсія } \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n};$$

$$\text{зважена дисперсія } \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}.$$

Дисперсія є базовим показником при перевірці статистичних гіпотез, вивченні взаємозв'язків між явищами, розв'язанні багатьох інших статистичних завдань. Проте, обмежує застосування цього показника те, що дисперсія не має іменованої одиниці виміру, а в багатьох випадках при порівнянні потрібно використовувати величини, що виражені в тих же одиницях, що і досліджувана ознака.

4. Середнє квадратичне відхилення (стандартне відхилення, стандарт або «сигма») – характеристика абсолютної міри варіації, яка показує на скільки в середньому відхиляються індивідуальні значення варіант від середнього значення.

Розраховують середнє квадратичне відхилення як корінь квадратний з дисперсії.

Для незгрупованих даних використовують формулу простого відхилення, для згрупованих – зваженого:

$$\text{просте середнє квадратичне відхилення } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}};$$

$$\text{зважене середнє квадратичне відхилення } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}}.$$

Оскільки відхилення зі знаками «+» і «-» взаємно не погашаються і значні відхилення враховуються більше, ніж незначні, цей показник більш об'єктивний для оцінки варіації, ніж показник середнє лінійне відхилення. Як і середнє лінійне відхилення, середнє квадратичне відхилення виражають у тих же одиницях вимірювання, що й варіанти досліджуваної ознаки та середня величина. Чим менше середнє квадратичне відхилення, тим краще середня арифметична відображає досліджувану сукупність.

Розглянуті показники варіації є абсолютними показниками. Відносні величини (коефіцієнти) варіації визначають відношенням абсолютних показників варіації до середньої арифметичної.

5. Коефіцієнти варіації – це процентне відношення розмаху варіації, середнього квадратичного та середнього лінійного відхилення до середньої величини:

$$\text{коефіцієнт осциляції} \quad V_R = \frac{R \times 100}{\bar{x}};$$

$$\text{лінійний коефіцієнт варіації} \quad V_d = \frac{d \times 100}{\bar{x}};$$

$$\text{квадратичний коефіцієнт варіації} \quad V_\sigma = \frac{\sigma \times 100}{\bar{x}}.$$

Коефіцієнти використовують для порівняння варіації сукупностей з різними одиницями виміру та значеннями середніх величин.

Квадратичний коефіцієнт варіації є оцінкою надійності середньої. Якщо значення квадратичного коефіцієнта варіації не перевищує 5% варіацію вважають слабкою, при 5-10 – помірною, 10-20 – значною, 20-50 – великою, більше за 50% – дуже великою. Для малих вибірок його величина не повинна перевищувати 33%.

Розглянемо показники варіації на прикладі даних табл. 24.

Таблиця 24

**Дані щодо розподілу філій компанії «Мегатраст»
за середньорічною вартістю основних засобів у 2020 р., млн грн**

Групи філій за вартістю основних засобів	Кількість філій	Розрахункові дані				
	n_i	x_i	$x_i n_i$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} n_i$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
1-5	5	3	15	5	25	125
5-9	25	7	175	1	25	25
9-13	20	11	220	3	60	180
Всього	50	×	410	×	110	330

Середнє значення ознаки: $\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{410}{50} = 8$ млн грн.

Розмах варіації: $R = x_{\max} - x_{\min} = 11 - 3 = 8$ млн грн.

Середнє лінійне відхилення: $d = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{\sum n_i} = \frac{110}{50} = 2$ млн грн.

Дисперсія ознаки: $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{330}{50} = 7$.

Коефіцієнт осциляції $V_R = \frac{R \times 100}{\bar{x}} = \frac{8 \times 100}{8} = 100,0\%$.

Лінійний коефіцієнт варіації: $V_d = \frac{d \times 100}{\bar{x}} = \frac{200}{8} = 25,0\%$.

Квадратичний коефіцієнт варіації: $V_\sigma = \frac{\sigma \times 100}{\bar{x}} = \frac{300}{8} = 37,5\%$.

Отже, середньорічна вартість основних засобів у розрахунку на одну філію становить 8 млн грн. Різниця між найбільшим та найменшим значеннями вартості засобів складає 8 млн грн або 100 %, тобто у групі великих філій їх вартість удвічі більша, ніж у групі дрібних філій. Середня арифметична з абсолютних значень відхилень окремих варіант від середньої величини дорівнює 2 млн грн або 25 %. Вартість основних засобів по окремих філіях відрізняється від середньої по компанії в середньому на ± 3 млн грн або на 37,5 %. Значення квадратичного коефіцієнта варіації свідчить, що варіація досліджуваного показника є великою, а тому розраховану середню вартість основних засобів (8,0 млн грн) не можна вважати типовою для всієї сукупності філій компанії.

5.3. Види дисперсій, правило їх додавання

Показник «дисперсія» може біти розрахований не лише для варіаційних рядів розподілу, але й для оцінки варіації частки ознаки.

Частка (p) – показник, який визначає яка частина одиниць сукупності наділена досліджуваною ознакою:

$$p = \frac{\sum x_i}{n},$$

де, x_i – варіанти;

n – кількість варіант.

Ознаки, які одним одиницям сукупності притаманні, а іншим ні, називають альтернативними. Наприклад, на підприємстві, що продає різні види товарів, один товар може приносити прибуток, інший бути збитковими, третій – беззбитковими (фінансовий результат нульовий, тобто доходи дорівнюють витратам), у цьому прикладі наявність або відсутність прибутку є альтернативними ознаками товару. Випадки, коли ознака може мати лише одне з двох взаємовиключних значень, називають гомогенними. Наприклад, товар або відповідає або не відповідає визначеному стандарту якості.

Приклад розрахунку частки ознаки розглянемо за наступними даними: із 100 працівників підприємства мають середню освіту 20, середню спеціальну – 50, вищу – 30 осіб. Частку альтернативної ознаки – відсутність вищої освіти, мають 80% працівників:

$$p = \frac{20 \times 0 + 80 \times 1}{20 + 80} = \frac{80}{100} = 0,800.$$

Дисперсію альтернативних ознак визначають за формулою:

$$\sigma^2 = p \times (1 - p).$$

Максимальне значення дисперсії альтернативних ознак становить 0,25, це буває у випадках, коли $p_0=p_1=0,5$, тобто коли одиниці сукупності порівну розподілені між двома її значеннями.

Середнє квадратичне відхилення альтернативних ознак, відповідно, становить:

$$\sigma = \sqrt{p \times (1 - p)}.$$

Якщо дисперсія альтернативних ознак може бути визначена як для кількісних, так і для атрибутивних ознак, то наступні види дисперсії визначають лише для варіаційних рядів розподілу.

У сукупності, що розподілена на групи за певною ознакою, можна визначити три види дисперсії:

1) загальна дисперсія – характеризує варіацію ознаки під впливом всіх чинників (умов), що викликали цю варіацію.

Вона обчислюється як середній квадрат відхилень значень ознак усієї сукупності від загальної середньої:

$$\sigma_{\text{заг}}^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i},$$

де, x_i – варіанти (індивідуальні значення ознаки),

$\bar{x}$ – середнє значення ознаки по сукупності,

n_i – частота ознаки.

Загальну дисперсію (варіацію ознаки) можна розкласти на варіацію, що викликана систематичними та випадковими причинами.

2) міжгрупова дисперсія – характеризує варіацію ознаки під впливом фактора, покладеного в основу групування:

$$\sigma_{\text{мер}}^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2 N_j}{\sum N_{j_i}},$$

де, J – номер групи;

N_j – обсяг групи ($\sum N_j = \sum n_i$);

$\bar{x}_j$ – групова середня j -ої групи.

Тобто, міжгрупова дисперсія – це середній квадрат відхилень групових середніх від загальної середньої.

3) внутрішньогрупова дисперсія – характеризує варіацію ознаки, що зумовлена неврахованими при групуванні факторами:

$$\sigma_{\text{вгр}}^2 = \frac{\sum \sigma_j^2 N_j}{\sum N_j} = \frac{\sigma_I^2 N_I + \sigma_{II}^2 N_{II} + \sigma_{III}^2 N_{III} + \dots + \sigma_{VII}^2 N_{VII}}{N_I + N_{II} + N_{III} + \dots + N_{VII}},$$

де, σ_j^2 – часткові (групові) дисперсії, що визначають за формулою:

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_j)^2 n_i}{N_j}.$$

Отже, внутрішньогрупова дисперсія – це середня арифметична часткових (групових) дисперсій, зважена обсягами груп.

Правило складання дисперсій:

$$\sigma_{\text{заг}}^2 = \sigma_{\text{мер}}^2 + \sigma_{\text{вгр}}^2.$$

Правило складання дисперсій є основною дисперсійного методу аналізу, що буде розглянутий у пп. 7.3.

Розглянемо методику розрахунку дисперсій на прикладі даних щодо рентабельності 57 підприємств (табл. 25, дані наведені тільки для початкових та кінцевих варіант ранжированого ряду).

Таблиця 25

**Дані щодо розподілу підприємств галузі
за рівнем рентабельності у 2020 р., %**

Варіанта (рівень рентабельності), x_i	Частота (кількість підприємств), n_i	Розрахункові дані		
		$x_i n_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
17,5	1	17,5	-9,4	88,36
17,6	2	35,2	-9,3	172,98
...	...	...	...	...
37,6	1	37,6	10,7	114,49
Разом	57	1535,3	$\bar{x}$	1399,06

За даними дискретного ряду середня арифметична становить:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{1535,3}{57} = 26,9 \%$$

Загальна дисперсія варіації ознаки по сукупності:

$$\sigma_{\text{заг}}^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{1399,06}{57} = 24,5.$$

Для визначення міжгрупової дисперсії необхідно дискретний ряд розподілу перетворити на інтервальний ряд з рівними інтервалами. Використовуючи методику утворення інтервальних рядів розподілу, що наведена у пп. 3.1, отримаємо варіаційний ряд (табл. 26).

Таблиця 26

**Інтервальний ряд розподілу підприємств галузі
за рівнем рентабельності у 2020 р., %**

Інтервал (група), x_i	Середня арифметична по групі, $\bar{x}_j$	Обсяг груп, N_j	Розрахункові дані	
			$\bar{x}_j - \bar{x}$	$(\bar{x}_j - \bar{x})^2 N_j$
I. 17,5-20,5	18,9	9	-8,0	576,0
II. 20,5-23,5	21,9	6	-5,0	150,0
III. 23,5-26,5	25,4	9	-1,5	20,25
IV. 26,5-29,5	28,2	13	1,3	21,97
V. 29,5-32,5	30,8	15	3,9	228,15
VI. 32,5-35,5	34,0	3	7,1	151,23
VII. 35,5-38,5	36,9	2	10,0	200,0
Разом	$\times$	57	$\times$	1347,6

Для кожного інтервалу за даними табл. 25 визначені середні арифметичні значення $\bar{x}_j$ з варіант, які увійшли до даної групи.

Розмір міжгрупової дисперсії варіації ознаки становить:

$$\sigma_{\text{мгр}}^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2 N_j}{\sum n_i} = \frac{1347,6}{57} = 23,6.$$

Щоб визначити внутрішньогрупову дисперсію, необхідно розрахувати для кожної групи часткову дисперсію σ_j^2 , яка характеризує як відхиляються варіанти групи від групової середньої $\bar{x}_j$ (були визначені за даними табл. 25 та наведені у табл. 26):

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_j)^2 n_i}{N_j}.$$

У нашому прикладі необхідно обчислити сім групових дисперсій. Проміжні розрахунки наведені у табл. 27 (послідовність розрахунку показано тільки для першого та сьомого інтервалів).

Таблиця 27

**Вихідні та розрахункові дані для обчислення
внутрішньогрупових дисперсій ряду розподілу підприємств
за рівнем рентабельності, %**

Інтервал (група)	Варіан- та, x_i	Часто- та, n_i	Розрахункові дані			
			$x_i n_i$	$x_i - \bar{x}_j$	$(x_i - \bar{x}_j)^2 n_i$	σ_j^2
I. 17,5-20,5 ($\bar{x}_I = 18,9$)	17,5	1	17,5	-1,4	1,96	×
	17,6	2	35,2	-1,3	3,38	×
	...	...	...	...	...	...
Разом по I групі	×	9	170,0	×	9,05	$\frac{9,05}{9} = 1,01$
...	...	...	...	...	...	...
VII. 35,5-38,5 ($\bar{x}_{VII} = 36,9$)	36,2	1	108,6	-0,7	0,49	×
	37,6	1	75,2	0,7	0,49	×
Разом по VII групі	×	2	183,8	×	0,98	$\frac{0,98}{2} = 0,49$

Аналогічно біли розраховані окремі дисперсії σ_j^2 для інших груп, величини яких становлять: $\sigma_I^2 = 1,01$; $\sigma_{II}^2 = 0,43$; $\sigma_{III}^2 = 1,12$; $\sigma_{IV}^2 = 0,68$; $\sigma_V^2 = 1,09$; $\sigma_{VI}^2 = 0,58$; $\sigma_{VII}^2 = 0,49$.

За даними значень часткових дисперсій знаходимо величину внутрішньогрупової дисперсії:

$$\sigma_{\text{вгр}}^2 = \frac{\sigma_I^2 N_I + \sigma_{II}^2 N_{II} + \sigma_{III}^2 N_{III} + \dots + \sigma_{VII}^2 N_{VII}}{N_I + N_{II} + N_{III} + \dots + N_{VII}} =$$

$$= \frac{1,01 \times 9 + 0,43 \times 6 + 1,12 \times 9 + 0,68 \times 13 + 1,09 \times 15 + 0,58 \times 3 + 0,49 \times 2}{9 + 6 + 9 + 13 + 15 + 3 + 2} =$$

$$= \frac{49,57}{57} = 0,87 \approx 0,9.$$

Відповідно до правила складання дисперсій (загальна дисперсія дорівнює сумі внутрішньогрупової й міжгрупової дисперсій) маємо:

$$\sigma_{\text{заг}}^2 = \sigma_{\text{мгр}}^2 + \sigma_{\text{вгр}}^2 = 23,6 + 0,9 = 24,5.$$

5.4. Графічне зображення рядів розподілу

Статистичний графік – це спосіб наочного зображення та узагальнення статистичних даних за допомогою геометричних фігур або знаків.

Основні елементи статистичних графіків:

1. Поле графіка – простір, на якому розташовують графічні зображення (геометричні та інші знаки).

Засобами просторової орієнтації в статистичних графіках можуть бути: прямокутна система координат, полярна система координат (колові графіки) і географічні карти (у картограмах). Найчастіше застосовують графіки у вигляді прямокутників із нерівними сторонами по вертикалі та горизонталі. Найкраще для зорового сприйняття співвідношення вертикальних і горизонтальних осей графіка (осей ординат і абсцис) відоме під назвою «правило золотого перетину», яке становить 3 : 5; 5 : 8; 8 : 13.

2. Графічний образ – сукупність геометричних та графічних знаків (відрізки прямих ліній, крапки, кола тощо) за допомогою яких відображають статистичні величини.

У статистичних графіках використовують такі геометричні знаки як крапки, відрізки прямих ліній, квадрати, прямокутники, кола, півкола, сектори, а також негеометричні знаки-символи у вигляді силуетів або малюнків. Зображення на графіку можуть бути площинними або об'ємними.

3. Масштабні орієнтири, які використовуються для визначення розмірів графічних образів.

Включають:

3.1. Масштаб (мірило) – довжина відрізка шкали, прийнята за

числову одиницю. Тобто це умовна міра переведення числового значення статистичного явища в графічне і навпаки. Наприклад, 1 см на графіку відповідає 1000 одиницям виробленої продукції.

3.2. Масштабна шкала – лінія, поділена точками на відрізки, відповідно до прийнятого масштабу. На осі ординат графіка має бути нульова точка. У випадках, коли мінімальне значення ознаки набагато вище нуля, доцільно роботи розрив вертикальної шкали за допомогою знаку «≈».

3.3. Масштабні знаки – еталони, які зображають на графіку статистичні величини у вигляді квадратів, кругів, силуетів тощо. Їх використовують для визначення розмірів і співвідношень статистичних величин, зображених на графіку, тобто для порівняння графічних знаків зі знаком-еталоном.

4. Експлікація графіка – пояснення щодо його змісту та основних елементів, які включають назву графіка, одиниці виміру, умовні позначення.

Назва графіка повинна зрозуміло, чітко і стисло розкривати його основний зміст. На кожній масштабній шкалі графіка вказують назву відповідних статистичних величин та одиниці їх виміру. Пояснювальні написи до окремих елементів графічного образу можна розташовувати в полі графіка або виносити як умовні позначення за його межі.

Графіки, які застосовують для зображення статистичних даних, надзвичайно різноманітні.

Класифікують статистичні графіки за:

1) загальним призначенням на ілюстративні, інформаційні, аналітичні;

2) метою побудови (функціонально-цільовим призначенням) на графіки динаміки показників, графіки розташування та поширення у просторі, графіки структури та структурних зрушень, графіки контролю виконання плану, графіки рядів розподілу, графіки взаємозв'язку та взаємозалежності;

3) способом побудови (виглядом поля) на діаграми та статистичні карти (картограми, картодіаграми, центрограми);

4) формою графічних образів на лінійні, площинні, крапкові, просторові, фігурні;

5) типом системи координат на побудовані у прямокутній та у полярній системі координат.

Варіаційні ряди графічно можуть бути зображені у вигляді полігону, гістограми, кумуляти, огіві.

Полігон (полігон розподілу) – один зі способів графічного представлення рядів розподілу, в якому за допомогою ламаної лінії зображують варіанти та частоти ряду.

Полігон відносять до лінійних діаграм, в яких статистичні дані зображують у вигляді ліній, що будують у системи прямокутних координат, при цьому на горизонтальній осі абсцис відкладають варіанти, а на вертикальній осі ординат – частоти або частоті.

За допомогою полігону розподілу, як правило, зображують дискретні варіаційні ряди та атрибутивні ряди розподілу.

Приклад полігону розподілу, побудованому за даними табл. 28, наведено на рис. 4.

Таблиця 28

Розподіл робітників за змінним виробітком продукції

Варіанта – вироблено деталей за зміну, шт. (x_i)	Частота – кількість робітників, осіб (n_i)
30	101
31	125
32	250
33	306
34	150
35	86
Разом	1018

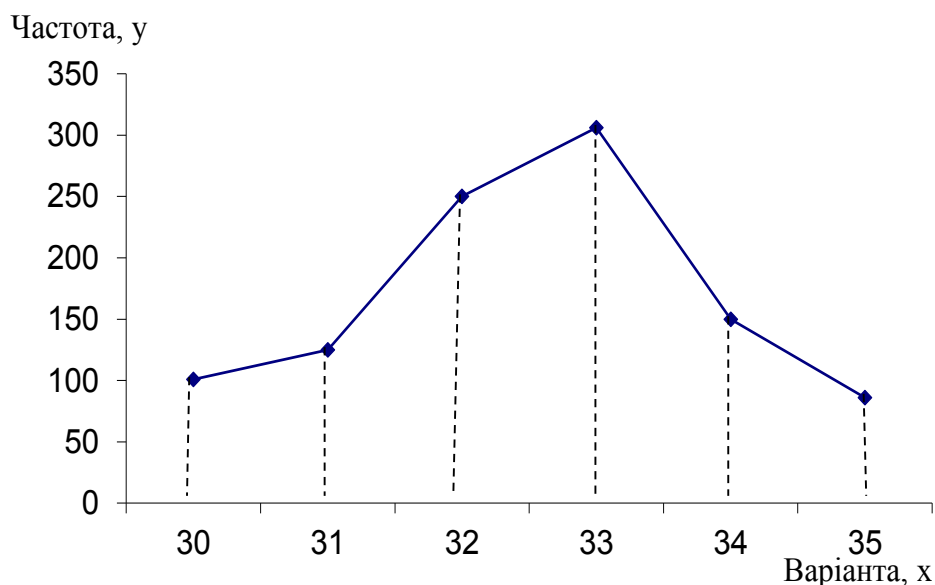


Рис. 4. Полігон розподілу частот

Гістограма – форма графічного зображення інтервальних варіаційних рядів, східчаста фігура у вигляді прямокутників, що примикають один до одного.

Цей вид зображень відносять до стовпчикових діаграм, в яких дані зображують у вигляді стовпців, розміщених вертикально на осі абсцис. В стовпчикових діаграмах кожний стовпчик характеризує окремий об'єкт (інтервал, групу), а загальне число стовпців відповідає кількості порівнювальних об'єктів. Ширина стовпців повинна бути однаковою, а висота – пропорційною до величини зображуваного явища, що дозволяє наочно порівнювати об'єкти за висотою відповідно до величини показника. Відстань між стовпцями або однакова, або відсутня – їх розміщують упритул один до одного. Гістограму можна перетворити у полігон з'єднавши відрізками прямої середини верхівок стовпчиків.

На рис. 5 за допомогою гістограми зображені дані табл. 29.

Таблиця 29

Розподіл робітників за змінним виробітком продукції

Варіанта – вироблено деталей за зміну, шт. (x_i)	Частота – кількість робітників, осіб (n_i)
20-25	80
25-30	116
30-35	350
35-40	120
40-45	60
45-50	50
Разом	776

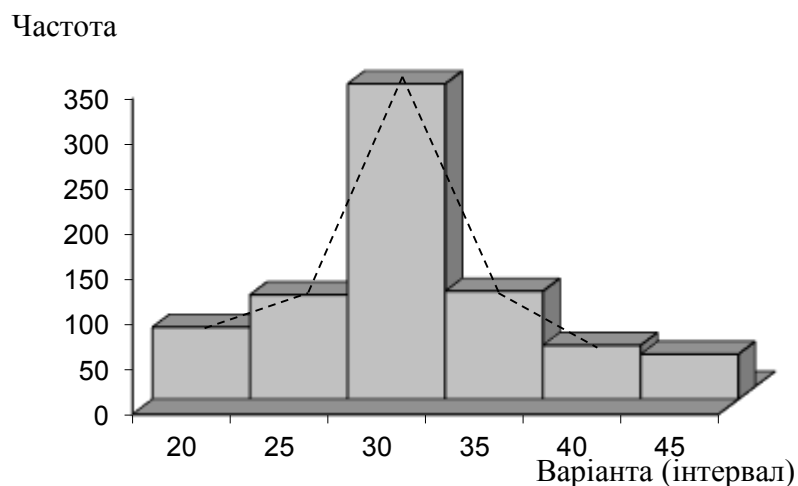


Рис. 5. Гістограма

Кумулята – лінійний графік, побудований у прямокутній системі координат, в якому на осі абсцис відкладають варіанти, а на осі ординат – накопичені частоти.

Це полігон кумулятивних частот, який можна побудувати як для дискретного так і для атрибутивного рядів розподілу. Кумуляту використовують для визначення структурних середніх (медіана, децилі, квартилі, квінтилі та інші процентилі).

Зазначимо, що кумулятивна крива завжди зростає і ніколи не може спадати.

Приклад кумуляти, побудованої за даними табл. 30, наведено на рис. 6.

Таблиця 30

Розподіл підприємств за рівнем рентабельності, %

Рівень рентабельності, % (x_i)	Кількість підприємств, (n_i)	Накопичена частота (S)
25	3	3
26	6	9
27	10	19
28	8	27
29	6	33
30	2	35
Всього	35	×

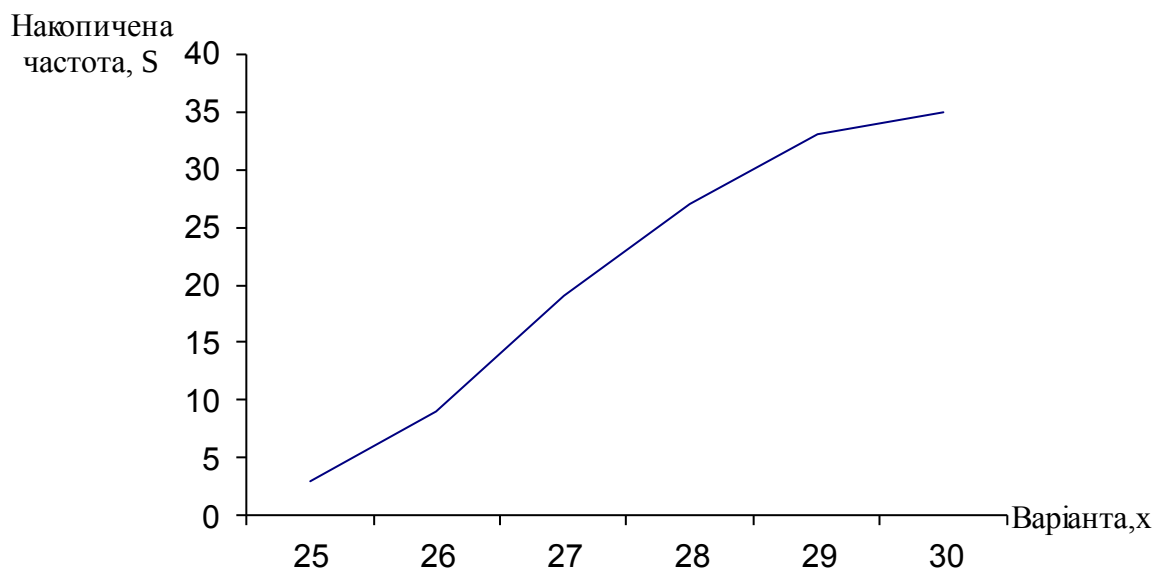


Рис. 6. Кумулята

Різновидом кумуляти є крива концентрації Лоренца (рис. 3).

Огіва – лінійний графік, побудований в прямокутній системі координат, в якому на осі абсцис відкладають накопичені частоти, а на осі ординат – варіанти.

Тобто, огіва є дзеркальним відображенням кумуляти – якщо зображення кумуляти повернути на 90° подивитись із протилежного боку на світло, можна побачити огіву.

Приклад огіви, побудованої за даними табл. 30, наведено на рис. 7.

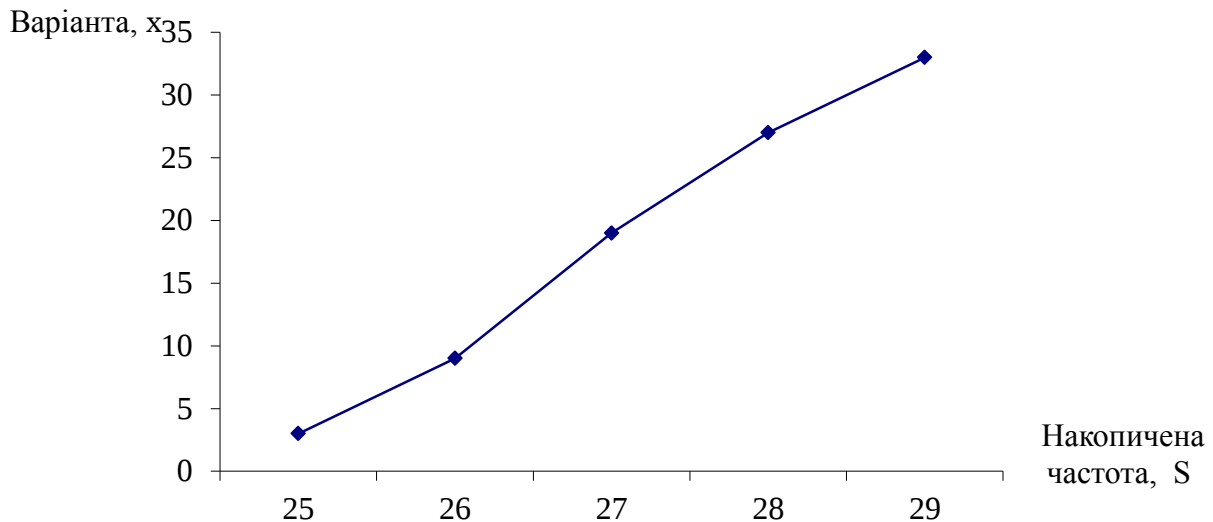


Рис. 7. Огіва

Для зображення структури рядів розподілу використовують **структурні діаграми** – діаграми співвідношення питомої ваги, які характеризують відношення окремих частин у загальному їх обсязі. Такі діаграми поділяються на секторні, стовпчикові та стрічкові.

Тести

1. Статистичний ряд розподілу це:

- а) упорядкована сукупність даних;
- б) табличне та графічне оформлення одержаних даних;
- в) ряд, в яких одиниці сукупності розподіляють за ознаками, що не мають кількісного виразу;
- г) ряд, в якому значення ознаки розташовані в порядку зростання або спадання.

2. Кількісні зміни досліджуваної ознаки в межах однорідної сукупності, які зумовлені впливом різних чинників в статистиці називають:

- а) коливання;
- б) різноманітність;
- в) варіація;
- г) нетиповість.

3. Який показник варіації знаходять як різницю між крайніми (екстремальними) значеннями ознаки варіаційного ряду?

- а) розмах варіації;
- б) середнє квадратичне відхилення;
- в) середній квадрат відхилення;
- г) коефіцієнт варіації.

4. Який показник варіації знаходять як середню арифметичну з абсолютних значень відхилень окремих варіант від середньої величини?

- а) коефіцієнт детермінації;
- б) середнє лінійне відхилення;
- в) середній квадрат відхилення;
- г) коефіцієнт кореляції.

5. Який показник характеризує абсолютну міру варіації ознаки в статистичній сукупності?

- а) дисперсія;
- б) середнє квадратичне відхилення;
- в) середній квадрат відхилення;
- г) коефіцієнт варіації.

6. Який показник варіації знаходять як середній квадрат відхилень ознаки від середньої величини?

- а) середню арифметичну зважену;
- б) середнє квадратичне відхилення;
- в) середній квадрат відхилення;
- г) дисперсію.

7. Які показники варіації знаходять як процентне відношення розмаху варіації, середнього квадратичного та середнього лінійного відхилення до середньої величини?

- а) розмахи варіації;
- б) середні квадратичні відхилення;
- в) дисперсії;
- г) коефіцієнти варіації.

8. Яке з визначень найкраще розкриває сутність статистичних графіків?

- а) зображення явищ на рисунку за допомогою символів;
- б) наочне зображення статистичних даних;
- в) спосіб наочного подання статистичних даних та їх співвідношень за допомогою геометричних знаків чи інших графічних засобів;
- г) спосіб подання даних, що наочно ілюструє дані таблиць.

9. Що відрізняє статистичні графіки від графіків взагалі?

- а) безперервність виразу;
- б) двомірність графічних знаків;
- в) предмет дослідження – масові статистичні дані;
- г) наявність обов'язкових елементів.

10. Що не відносять до елементів статистичних графіків?

- а) поле графіка, графічні знаки;
- б) суб'єкт дослідження;
- в) масштабні або просторові орієнтири;
- г) експлікація графіка.

11. Що покладено в основу класифікації статистичних графіків?

- а) форми і типи графіків;
- б) умовні зображення та загальне призначення;
- в) загальне призначення, види, форми і типи основних елементів;
- г) предмет дослідження.

12. За видами поля статистичні графіки класифікують на:

- а) діаграми, картограми, картодіаграми;
- б) лінійні, стовпчикові, стрічкові;
- в) прямокутні, колові;
- г) фігурні, лінійні.

13. Які існують види діаграм?

- а) лінійні, стовпчикові;
- б) лінійні, стовпчикові, стрічкові, прямокутні, колові, секторні,

- радіальні, фігурні;
- в) лінійні, фігурні;
- г) прямокутні, колові.

14. Варіаційні ряди графічно можна зобразити у вигляді:

- а) статистичних таблиць;
- б) діаграми, картограми, картодіаграми;
- в) полігону, гістограми, кумуляти, огіви;
- г) всього вище переліченого.

15. Який тип графіку графічно представляє ряди розподілу за допомогою ламаної лінії, що зображує варіанти та частоти ряду?

- а) полігон;
- б) гістограма;
- в) кумулята;
- г) огіва.

16. Гістрограма це:

- а) один зі способів графічного представлення рядів розподілу, в якому за допомогою ламаної лінії зображують варіанти та частоти ряду;
- б) лінійний графік, побудований у прямокутній системі координат, в якому на осі абсцис відкладають варіанти, а на осі ординат – накопичені частоти;
- в) лінійний графік, що будують в прямокутній системі координат, в якому на осі абсцис відкладають накопичені частоти, а на осі ординат – варіанти;
- г) один із способів графічного представлення рядів розподілу, східчаста фігура у вигляді прямокутників, що примикають один до одного.

17. Лінійний графік, що зображує варіаційний ряд розподілу за допомогою відкладений у прямокутній системі координат варіант та накопичених частот це:

- а) гістограма;
- б) огіва;
- в) кумулята;
- г) кумулята або огіва.

18. Графік у формі східчастої фігури у вигляді прямокутників, що примикають один до одного, який використовують для графічного представлення рядів розподілу це:

- а) полігон;
- б) гістограма;
- в) кумулята;
- г) огіва.

Правильні відповіді: 1 – а; 2 – в; 3 – а; 4 – б; 5 – б; 6 – г; 7 – г; 8 – в; 9 – в; 10 – б; 11 – в; 12 – а; 13 – б; 14 – в; 15 – а; 16 – г; 17 – г; 18 – б.

Практичні завдання

Завдання «Обчислення показників варіації»

Зміст завдання: за даними додатку М про кількість відпрацьованих одним працівником людино-днів та середню продуктивність праці за люд.- день (тис. грн) визначити показники варіації.

Порядок виконання

Варіація – кількісні зміни досліджуваної ознаки в межах однорідної сукупності, які зумовлені впливом різних чинників. З додатку М вибрати дані про кількість відпрацьованих одним працівником людино-днів та середню продуктивність праці за люд.- день (тис. грн) по 10 підприємствах, занести до табл. 31.

Таблиця 31

Вихідні та розрахункові дані для обчислення показників варіації середньої продуктивності праці

№ під- підприємства	Середня продуктивність праці за люд.- день	Кількість відпрацьо- ваних люд.-днів	Розрахункові величини				
	x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} n_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
1							
2							
3							
...							
10							
Всього				×		×	

Для кількісного виміру варіації досліджуваної ознаки використовують показники:

1. Розмах варіації – це різниця між крайніми (екстремальними) значеннями ознаки варіаційного ряду:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

2. Середнє лінійне відхилення – середня арифметична з абсолютних значень відхилень окремих варіант від середньої величини:

$$d = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{\sum n_i}.$$

3. Дисперсія – середній квадрат відхилень ознаки від середньої величини:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}.$$

4. Середнє квадратичне відхилення дорівнює кореню квадратному з дисперсії. Характеризує абсолютну міру варіації, виражається у тих же одиницях виміру, що і досліджувана варіанта:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}}.$$

5. Коефіцієнти варіації – це процентне відношення розмаху варіації, середнього квадратичного та середнього лінійного відхилення до середньої величини. Характеризують відносну міру варіації і дозволяють порівнювати ступінь варіації в рядах розподілу з різним рівнем середньої:

квадратичний $V_\sigma = \frac{\sigma \times 100}{\bar{x}};$

лінійний $V_d = \frac{d \times 100}{\bar{x}};$

осциляції $V_R = \frac{R \times 100}{\bar{x}}.$

Квадратичний коефіцієнт варіації є оцінкою надійності середньої. При величині $V \leq 5\%$ варіація вважається слабкою, 6-10 – помірною, 11-20 – значною, 21-50 – великою, $V > 50\%$ – дуже великою. Для малих вибірок його величина повинна бути не більше 33%.

За результатами обчислень сформулювати висновки.

ТЕМА 6. ВИБІРКОВИЙ МЕТОД

- 6.1. Поняття вибіркового дослідження.
- 6.2. Способи відбору до вибіркової сукупності.
- 6.3. Помилки вибіркового дослідження.
- 6.4. Етапи вибіркового дослідження.

6.1. Поняття вибіркового дослідження

Як було зазначено вище, при вивченні статистичних сукупностей можна досліджувати або всі їх одиниці або лише їх частину, відібрану за певними науковими принципами. У першому випадку спостереження називають суцільним, у другому – несуцільним.

Звісно, при суцільному спостереженні можна отримати повну інформацію про об'єкт дослідження, при цьому будуть відсутні помилки репрезентативності. Водночас, суцільні дослідження мають недоліки, зокрема це більші у порівнянні з несуцільними спостереженнями затрати коштів і часу на проведення, неможливість застосування в окремих випадках (наприклад, для вивчення рівня життя населення необхідна інформація, яку неможливо отримувати від кожного мешканця країни більш або менш періодично) тощо. У випадках коли недоцільно або неможливо проводити суцільні дослідження застосовують несуцільні. Види несуцільних спостережень розглянуті у пп. 2.2. Найбільш поширеним видом несуцільного спостереження є вибіркове.

Вибіркове дослідження – вид несуцільного дослідження, при якому характеристика всієї сукупності одиниць дається по їх частині, відібраній у певному порядку.

Прикладом вибірових досліджень є екзит-пол – опитування респондентів біля виборчих дільниць безпосередньо після голосування. Проводять його щоб, по-перше, спрогнозувати результати виборів до офіційного оголошення результатів. По-друге, з контролюючою метою: розбіжність між даними екзит-полів та результатами підрахунку ЦВК більш ніж на 4,5 % може свідчити про фальсифікації на виборах, хоч і не є прямим доказом цього.

Вибіркові дослідження дозволяють:

1) одержати точні результати щодо об'єкта дослідження. Точність результатів забезпечує скорочення помилок, які виникають при реєстрації даних: для виконання меншого обсягу роботи потрібно

менше персоналу, отже можна залучити більш кваліфікованих працівників, краще їх підготувати, більш ретельно контролювати проведення спостереження та обробку його результатів;

2) завдяки скороченню обсягу роботи скоротити засоби та час дослідження (забезпечити оперативність інформації). Наприклад, при 5%-му відборі одиниць сукупності обсяг робіт по безпосередньому збиранню даних скорочується у порівнянні з суцільним спостереженням у 20 разів, відповідно економляться час та кошти;

3) в окремих випадках звести до мінімуму можливі пошкодження або знищення досліджуваних об'єктів. Наприклад, для перевірки якості консервів на м'ясокомбінаті не можливо відкривати кожну банку, контроль можливо здійснювати лише вибірково;

4) детально дослідити окремі типові одиниці сукупності при неможливості вивчення всіх одиниць. Наприклад, для вивчення бюджету домогосподарств необхідно щоб кожна досліджувана родина щоденно вела записи про свої доходи і витрати. Оскільки це практично нездійсненно, проводять вибіркові дослідження, в яких беруть участь окремі сім'ї, що періодично ведуть щоденники витрат.

Вибіркове дослідження пов'язане з певним ризиком, але науковий підхід до його організації дозволяє обчислити величину цього ризику. Крім того, дослідники самі вирішують який рівень можливої помилки в результатах дослідження не буде істотно впливати на об'єктивність висновків. Наприклад, екзит-поли організовують таким чином щоб статистична помилка результатів опитування виборців, тобто різниця між попередніми та остаточними результатами голосування, не перевищила 1,5 %.

У вибіркових дослідженнях базовими є поняття генеральної та вибіркової сукупності.

Генеральна сукупність – загальна чисельність одиниць дослідження з яких здійснюється відбір. По суті, генеральна сукупність складає об'єкт дослідження. Чисельність генеральної сукупності позначають N .

Вибіркова сукупність – сукупність одиниць, відібраних з генеральної сукупності на основі науково розроблених принципів. Чисельність вибіркової сукупності позначають n .

Наприклад, для вивчення думки мешканців міста, доросле населення якого складає 300 тис. осіб (генеральна сукупність

$N=300000$), проведене вибіркове опитування 2 тис. осіб (вибіркова сукупність $n=2000$).

Репрезентативність – *властивість вибіркової сукупності відтворювати (представляти) з певною точністю та надійністю генеральну*. Якщо принцип об'єктивності при відборі порушений, одиниці були відібрані суб'єктивно, то результати такого дослідження не можна поширювати на генеральну сукупність, вони можуть бути застосовані лише до тієї частини, яка підлягала вивченню. Наприклад, якщо при дослідженні діяльності фізичних осіб-підприємців вивчати лише фактично працюючих та ігнорувати тих, що зареєстровані, але не діють, то дані щодо розвитку цієї сфери бізнесу будуть викривлені. Отже, основним принципом відбору одиниць спостереження є об'єктивний підхід.

Основне завдання вибіркового дослідження – *оцінити невідомі характеристики об'єкта дослідження дослідивши певну частину його одиниць*. Тобто, на підставі інформації, одержаної з вибіркової сукупності, зробити висновки про величину параметрів досліджуваної сукупності. Наприклад, дослідивши якість відібраних зразків продукції, зробити висновки про якість всієї партії цієї продукції.

Всі показники, що характеризують генеральну сукупність називають генеральними (наприклад, генеральна середня, генеральна частка тощо), всі характеристики вибіркової сукупності, відповідно, називають вибілковими (наприклад, вибіркова середня).

Частіше за все досліджуваними характеристиками сукупності є середнє значення ознаки або її частка. Крім того, оцінюють параметри розподілу – дисперсію, коефіцієнти асиметрії та ексцесу.

Нагадаємо, що середнє значення ознаки – це типова величина, яка дає узагальнюючу кількісну характеристику всім елементам сукупності. Умовне позначення середньої величини: $\bar{x}$ – у генеральній сукупності, $\tilde{x}$ – у вибірковій. Наприклад, середній бал успішності студентів університету за сесію – 78, в т.ч. студентів факультету обліку та фінансів – 82: $\bar{x} = 78$, $\tilde{x} = 82$.

Частка – показник, що характеризує яка частина одиниць сукупності наділена досліджуваною ознакою. Позначається частка: p – в генеральній сукупності, w – у вибірковій. Наприклад, 70 % випускників університету працевлаштовуються за спеціальністю у першій рік після закінчення ($p=0,700$), частка випускників

факультету обліку та фінансів, що працевлаштовуються за спеціальністю, – 75 % ($w=0,750$).

Перед вибіркоvim дослідженням стоїть завдання організувати відбір так, щоб значення досліджуваного показника у вибірковій і генеральній сукупностях були максимально наближеними, тобто щоб $\tilde{x} \rightarrow \bar{x}$, $w \rightarrow p$. Але це не завжди вдається, оскільки до вибіркової сукупності можуть потрапити нетипові одиниці дослідження. **Помилка вибірки** – різниця між середнім значенням показника у вибірковій і генеральній сукупності.

Теоретичною основою вибіркового методу є теорія імовірності.

Імовірність – це міра об'єктивної можливості здійснення певної події. Її виражають відношенням кількості сприятливих наслідків до загальної кількості можливих.

У вибіркових дослідженнях імовірність показує ступінь наближення величини обчисленого показника до фактичної. Імовірність позначається p і може приймати значення від 0 до 1. Наприклад, якщо потрібно відібрати одного з 4 кандидатів на вакантну посаду, ймовірність кожного з них бути прийнятим на роботу $p=0,25$.

Для практичних досліджень вважають достатнім рівень довірчої імовірності 0,954. Відносне число помилкових висновків у загальному числі висновків називають рівнем значущості (істотності), позначають α і знаходять як різницю між одиницею і прийнятою довірчою імовірністю: $\alpha=1-p$. Наприклад, для рівня імовірності 0,95 $\alpha=5$, це означає, що лише в 5 випадках із 100 помилка вибіркових даних може бути більшою за встановлену.

6.2. Способи відбору до вибіркової сукупності

При проведенні вибіркових досліджень використовують кілька способів відбору одиниць сукупності та дві схеми – повторну та безповторну.

Схеми відбору одиниць сукупності:

1) повторний відбір – при якому кожна одиниця бере участь у вибірці стільки разів, скільки відбирають одиниць, тобто після реєстрації її повертають до генеральної сукупності і в подальшому вона може знову потрапити до вибіркової сукупності.

Наприклад, виробник продукції проводить акцію серед покупців, які зареєстрували унікальний код на сайті компанії. Між учасниками акції розігрують призи – щогодини поповнення мобільного телефону, щодня – набір продуктів компанії, щотижня – путівка на відпочинок. Якщо людина виграла приз поповнення телефону, при повторному відборі вона все одно залишається у списках учасників акції та в подальшому може отримати інші призи. При повторній схемі після кожного відбору чисельність генеральної сукупності не змінюється, отже всі одиниці сукупності мають рівні шанси потрапити до вибіркової сукупності.

2) безповторний відбір – при якому відібрана одиниця не повертається до генеральної сукупності, тобто не може бути відібрана двічі. Наприклад, при проведенні анкетування двічі опитувати одну людину з одних і тих же питань нелогічно.

Безповторний спосіб відбору порушує принципи рівної ймовірності потрапити до вибіркової сукупності, але доведено, що при інших рівних умовах середня помилка безповторної вибірки менша, ніж при повторній, відповідно, при безповторному відборі можна відбирати менше одиниць для дослідження.

Способи відбору одиниць до вибіркової сукупності класифікують на ймовірнісні або випадкові (до них відносять власне випадковий, механічний, серійний, типовий та багатоступеневий способи відбору) та цілеспрямовані (квотований, стихійної вибірки та інші способи, що використовують переважно у соціологічних дослідженнях).

Ймовірнісні способи відбору одиниць до вибіркової сукупності:

1. Власне випадковий – спосіб формування вибіркової сукупності, при якому відбір одиниць із генеральної сукупності здійснюють у випадковому порядку. При випадковому відборі кожна одиниця генеральної сукупності має однаковий шанс потрапити до вибіркової сукупності.

Випадкову вибірку іноді формують з використанням «моделей генеральної сукупності», наприклад, при жеребкуванні або при визначенні переможців лотерей чи акцій використовують пронумеровані списки одиниць сукупності, картки чи лототрон. Випадковість відбору забезпечує незалежність результатів вибірки від волі осіб, що її здійснюють, а також від навмисних (тенденційних) помилок.

Випадковий відбір може бути проведений за схемою повторного або безповторного відбору.

2. Механічний – відбір, при якому одиниці відбирають через рівні проміжки у порядку розташування їх в генеральній сукупності. Наприклад, кожна п'ята одиниця при 20%-му відборі, кожна десята одиниця при 10%-му відборі і т. д. Механічний спосіб відбору часто застосовують для вивчення сукупностей, які певним чином упорядковані (наприклад, є абеткові списки або картотеки одиниць сукупності).

При механічному відборі визначають крок (інтервал) вибірки:

$$K = \frac{N}{n},$$

де, K – крок вибірки;

N – чисельність генеральної сукупності;

n – чисельність вибіркової сукупності.

Наприклад, потрібно відібрати для обстеження 10 студентів із загальної чисельності 102 особи. Проміжок відбору (крок) становитиме $\frac{102}{10} = 10$, тобто у вибірку потрібно включити кожного 10 студента.

Починають відбір частіше не з першого кандидата до вибіркової сукупності, а з випадково визначеного або з кандидата номер якого $K/2$. Наприклад, якщо потрібно опитати 10 студентів із 102, опитувати потрібно студентів, порядкові номери яких у списку курсу 5. 15, 25 ... 95.

Ще один з варіантів механічного відбору зображений на рис. 8 – «Хід коня», який передбачає відбір одиниць за принципом пересування на шаховій дошці фігури «кінь».

A	B	C	D	E
D	E	A	B	C
B	C	D	E	A
E	A	B	C	D
C	D	E	A	B

Рис. 8. Спосіб механічного відбору «Хід коня»

3. Серійний (кластерний, груповий, гніздовий) – відбір, при якому відбирають не окремі одиниці сукупності, а цілі групи (серії), які потім досліджують суцільним способом. Групи відбирають способами власне випадкової неповторної вибірки або механічного відбору. Наприклад, населений пункт (генеральна сукупність) спочатку розділяють на райони, далі випадковим способом обирають один житловий квартал, усі будинки якого досліджують визначеним способом.

Перевагою серійного способу є простота в організації спостереження та економія. Наприклад, при вивченні фермерських господарств області обстеження господарств, розташованих одне біля одного потребує менше витрат, ніж обстеження такої ж кількості господарств, розташованих по всій території області. Суттєвим недоліком серійного відбору є те, що при цьому порушується рівномірність розподілу відібраних одиниць у межах генеральної сукупності, як наслідок, більша помилка вибірки. Виправляють вказаний недолік збільшенням чисельності вибірки.

4. Типовий – відбір, при якому генеральну сукупність попередньо розділяють на більш однорідні групи з наступним відбором одиниць із кожної групи за власне випадковим або механічним відбором.

Після розподілу сукупності на групи вибірковою сукупністю формують за принципом рівномірного або пропорційного відбору.

При рівномірному відборі з кожної типової групи відбирають однакову кількість одиниць.

При відборі пропорційно чисельності груп чисельність часткових вибірок формують пропорційно чисельності генеральних сукупностей типових груп або пропорційно іншим показникам (дисперсіям, середнім квадратичним відхиленням і т.д.).

Наприклад, на підприємстві працюють 400 чоловіків та 98 жінок, для дослідження потрібно відібрати 10 робітників. При рівномірному відборі досліджують 5 чоловіків та 5 жінок. При відборі пропорційно чисельності груп коефіцієнт пропорційності вибірки становить $K = \frac{10}{498} = 0,020$, відповідно, досліджують 8 чоловіків ($400 \times 0,020$) та 2 жінки ($98 \times 0,020$).

5. Багатоступеневий або комбінований відбір, який здійснюють поєднанням двох чи більше методів, що утворюють

ступені відбору. При багатоступеневому відборі генеральну сукупність розділяють на підсукупності, серед яких обирають одиниці дослідження, цю операцію можна повторювати декілька разів. Наприклад, під час екзит-полу використовують двоетапну вибірку. На першому етапі у кожній області обирають визначену кількість дільниць у відповідності до відсотку виборців у цій області, дільниці обирають випадковим чином. На другому етапі опитують виборців на виході з виборчих дільниць з певним кроком відбору (наприклад, кожного чотирнадцятого).

В соціологічних дослідженнях також використовують **цілеспрямовані способи відбору:**

1. Метод квот – спосіб формування вибірки з урахуванням структури генеральної сукупності. Він передбачає попередню її структуризацію й незалежний добір елементів у кожній складовій, обсяг частинних вибірок визначають пропорційно структурі об'єкта дослідження. Наприклад, при вивченні громадської думки мешканців області встановлюють квоти: обстежити 20 сільських мешканців – чоловіків віком 30-40 років, 30 мешканців міста – віком 20-30 років і т.д. Інтерв'юер повинен дотримуватись цих квот, у межах яких можна вільно вибирати людей для опитування.

2. Метод стихійної вибірки, при якому вибіркова сукупність формується стихійно. Таким чином можуть проводити інтернет-опитування або анкетування телеглядачів, читачів ЗМІ тощо. При такому дослідженні особам, від яких потрібно одержати інформацію, пропонують пройти опитування, але добровільність участі в дослідженні призводить до стихійності формування вибірки.

3. Метод доступної вибірки застосовують при дослідженні сукупностей, які є складними для дослідження іншими методами. Зазвичай це сукупності, структуру яких неможливо визначити заздалегідь, наприклад споживачі певних товарів, яких знаходять та опитують в місцях продажу цих товарів.

4. Метод «снігового кома» застосовують для вивчення малочисельних гіпотетичних генеральних сукупностей. Кожного знайденого члена такої сукупності запитують кого він може порекомендувати до участі в дослідженні, тобто пошук нових респондентів відбувається за їхньою підказкою. Так наприклад, можна опитати людей, що займаються волонтерською діяльністю чи експертів у певних галузях.

6.3. Помилки вибіркового дослідження

Помилка вибірки (помилка вибіркового дослідження) – це різниця між значенням показника у вибірковій та генеральній сукупностях.

Залежно від причини виникнення помилки поділяють на помилки реєстрації та помилки репрезентативності.

Помилки реєстрації виникають внаслідок неправильного встановлення фактів або невірною їх запису. Такі помилки можуть виникнути як при суцільному, так і при вибіркового дослідженні, але в вибіркових спостереженнях імовірність їх виникнення менша завдяки скороченню кількості досліджуваних одиниць.

Помилки репрезентативності виникають під час вибіркового дослідження внаслідок того, що вибірка сукупність недостатньо повно відтворює генеральну. Наприклад, якщо вивчати наскільки задоволені покупці придбаною технікою шляхом опитування тих споживачів, які звертаються у сервісні центри, то виявиться, що всі 100 % незадоволені, оскільки до центрів обслуговування звертаються лише ті, хто мають претензії.

Основні причини виникнення помилок репрезентативності:

- порушення принципів випадковості відбору при формуванні вибіркової сукупності;
- заміна одиниць дослідження іншими одиницями, які не потрапили до вибіркової сукупності;
- неповне охоплення вибіркової сукупності;
- неможливість реалізувати початковий план вибірки, наприклад, внаслідок відмови респондентів від участі в опитуванні, закритті окремих підприємств тощо.

Систематичні помилки репрезентативності виникають якщо при формуванні вибіркової сукупності порушений принцип випадковості. Причинами можуть бути упереджений вибір елементів, недосконала основа вибірки, халатність при відборі тощо. Наприклад, інтерв'юєру-стажеру потрібно опитати респондентів згідно з встановленими квотами щодо кількості опитаних чоловіків та жінок різного віку та соціального статусу, але фактично він проводить опитування лише серед своїх знайомих студентів. Таке формування вибіркової сукупності неминуче призведе до помилкових оцінок генеральної сукупності у бік завищення параметрів, властивих молодим респондентам.

Випадкові помилки репрезентативності є наслідком випадковості вибору одиниць дослідження і пов'язаних з цим розбіжностями між структурами вибіркової та генеральної сукупностей.

Величина випадкової помилки репрезентативності залежить від:

- способу відбору одиниць;
- ступеня коливання досліджуваної ознаки у сукупності (чим більша варіація, тим більша помилка);
- обсягу вибіркової сукупності (із збільшенням чисельності вибірки до певної межі зменшуються ймовірність виникнення та величина помилки).

Величину помилки репрезентативності визначають для кожної схеми відбору за відповідними формулами.

За методикою розрахунку помилки вибірки поділяють на середню помилку вибірки та граничну помилку вибірки.

Середня помилка вибірки – середнє квадратичне відхилення ($\pm\sigma$) між вибірковою і генеральною середньою або часткою. Вона характеризує середню величину можливих відхилень вибіркової та генеральної середньої.

Наприклад, за результатами вибіркового дослідження роботи 10 маршрутних таксі, що працюють на одному маршруті, встановлено, що середні затрати часу на виконання одного рейсу становлять 40 хвилин, середня помилка середньої – 5 хвилин. Отже, у генеральній сукупності (усі водії, що працюють на даному маршруті) середній час одного рейсу триває від 35 до 45 хвилин (40 ± 5).

Формули середньої помилки для безповторної вибірки:

а) середня помилка середнього значення ознаки:

$$m_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

де, σ^2 – дисперсія досліджуваної ознаки;

n – чисельність вибіркової сукупності;

N – чисельність генеральної сукупності;

б) середня помилка частки ознаки:

$$m_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \times \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

де, w – частка одиниць, наділених досліджуваною ознакою у вибірковій сукупності.

Гранична помилка вибірки – максимально можливе відхилення між середнім значенням і часткою показника у вибірковій та генеральній сукупностях, що визначають для заданого рівня ймовірності.

Формули граничної помилки для безповторної вибірки:

а) гранична помилка середнього значення ознаки:

$$\Delta_{\bar{x}} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

б) гранична помилка частки ознаки:

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \times \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

де, t – коефіцієнт довіри (нормоване відхилення), яке залежить від заданого рівня ймовірності, і яке знаходять як $\frac{|\tilde{x} - \bar{x}|}{\sigma}$.

Коефіцієнт довіри – нормативна (таблична) величина, яка залежить від рівня ймовірності оцінки показника. Значення цього коефіцієнта наведені в стандартних математичних таблицях «Функція Лапласа» (табл. 32).

Таблиця 32

Витяг із стандартних таблиць «Функція Лапласа»

p	0,683	0,950	0,954	0,990	0,999
t	1,00	1,96	2,00	2,58	3,30

Таким чином, щоб підвищити ймовірність поширення вибірових даних на генеральну сукупність необхідно збільшити середню помилку в t разів.

Якщо у попередньому прикладі щодо тривалості одного рейсу маршрутного таксі встановити рівень ймовірності отриманих результатів 0,954. то відповідно до табл. 32, гранична помилка вибірки буде у 2,0 рази більше за середню помилку вибірки, тобто 10 хвилин. Отже, з ймовірністю 95,4% можна стверджувати, що більшість рейсів триває від 30 до 50 хвилин (40 ± 10).

Розглянемо методику розрахунку помилок вибірки на прикладі наступних даних: за результатами вибіркового спостереження безповторним способом за 20 працівниками кол-центру було встановлено що дисперсія кількості дзвінків, які вони приймають за зміну, становить $\sigma^2=120$, частка клієнтів, незадоволених якістю

обслуговування, – 10 % ($w=0,100$). Визначити середню та граничну помилку вибірки досліджуваних показників з імовірністю 99,9% ($p=0,999$) для всіх працівників, кількість яких становить 100.

Середня помилка середнього значення кількості прийнятих дзвінків:

$$m_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{120}{20} \left(1 - \frac{20}{100}\right)} = 2,20 \approx 2.$$

Гранична помилка середнього значення прийнятих дзвінків:

$$\Delta_x = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 3,30 \times 2 = 6,6 \approx 7.$$

Середня помилка частки ознаки незадоволених клієнтів:

$$m_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \times \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,100(1-0,100)}{20} \times \left(1 - \frac{20}{100}\right)} = 0,060.$$

Гранична помилка частки ознаки незадоволених клієнтів:

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \times \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 3,30 \times 0,060 = 0,198.$$

Отже, в середньому кількість дзвінків, прийнятих одним оператором за зміну, не буде відхилятися від середнього показника по кол-центру на 2 дзвінки та з ймовірністю 99,9 % не більш ніж на 7 дзвінків. Показник частки клієнтів, які незадоволені обслуговуванням (10 %), може бути більше або менше в середньому на 6,0 %, але у 99,9 % випадків не буде відрізнятися більш ніж на 19,8 %.

6.4. Етапи вибіркового дослідження

Етапи вибіркового дослідження:

1. Формулювання мети. Перед організацією вибіркового дослідження стоїть завдання здійснити відбір таким чином, щоб наявні ознаки одиниць знайшли відображення у вибірковій сукупності. Оскільки вибіркоче спостереження «вихоплює» факти з досліджуваної генеральної сукупності, при невдалій його організації можуть бути зареєстровані нетипові явища.

2. Визначення генеральної сукупності. Проведення вибіркового дослідження ґрунтується, насамперед, на розумінні сутності досліджуваних явищ, на аналізі чинників, які впливають на них. Наприклад, на способи проведення дозвілля впливають вік, рівень доходу, місце проживання, сімейний стан і т.д. Відповідно, пропорції груп, виділених за цими ознаками, у вибірковій і генеральній

сукупності повинні бути однаковими. Так, якщо серед жителів міста до молоді відноситься 20 %, а у вибірковій сукупності їх 40 %, то картина дозвілля буде викривленою – молодіжні варіанти дозвілля у ній будуть представлені більше ніж фактично.

Часто характеристики, важливі для досліджуваного явища, не вивчені, що ускладнює репрезентативність вибірки. Для соціологічного аналізу населення вважають значущими статеву-вікову структуру, його соціально-професійний склад, місце проживання.

3. Встановлення способу відбору одиниць. На цьому етапі всебічно аналізують властивості досліджуваної сукупності та особливості способу відбору, який планують застосувати. Головним критерієм вибору тут є величина можливої помилки вибірки, яка певною мірою залежить від способу відбору.

4. Визначення необхідної чисельності вибірки, тобто, числа одиниць, які підлягають відбору.

Сутність цього етапу – визначити скільки одиниць дослідження потрібно відібрати, щоб помилка вибірки з певним рівнем ймовірності не перевищувала встановлену величину.

Для розрахунку чисельності вибірки можна використовувати стандартні таблиці, в яких для заданих величин граничної помилки й довірчої ймовірності наводиться рекомендована чисельність одиниць вибіркового спостереження або провести розрахунок за формулами (табл. 33, умовні позначення та назви показників, наведені у пп. 6.3).

Таблиця 33

Формули для розрахунку необхідної чисельності вибірки

Спосіб відбору	Чисельність вибірки (n) при визначенні та оцінці параметра	
	середньої ($\bar{x}$)	частки (p)
Повторний	$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_p^2}$
Безповторний	$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_p^2 N + t^2 w(1-w)}$

Оптимальна чисельність вибіркової сукупності повинна забезпечити потрібну точність результатів і надійність висновків при раціональних затратах ресурсів. Мінімально достатній обсяг вибірки – це обсяг, за якого вибіркові оцінки репрезентують основні властивості генеральної сукупності.

Наприклад, планується дослідження продуктивності праці робітників з метою встановлення затрат часу на окремі технологічні операції. Вихідна інформація: загальна кількість робітників – 650 осіб ($N = 650$), необхідна точність встановлення затрат часу – до 5 хвилин ($\Delta_x = 5/60 \approx 0,083$ години), дисперсія затрат часу (за даними аналогічних досліджень) – $\sigma^2 = 0,2$, заданий рівень імовірності отриманих результатів – $p = 0,954$ (згідно з табл. 32 $t=2$). Необхідно визначити чисельність робітників, за якими потрібно встановити спостереження.

При повторному відборі необхідно дослідити:

$$n = \frac{2^2 \times 0,2}{0,083^2} = \frac{4 \times 0,2}{0,006889} \approx 116 \text{ осіб.}$$

При безповторному відборі необхідно дослідити:

$$n = \frac{2^2 \times 0,2 \times 650}{0,083^2 \times 650 + 2^2 \times 0,2} = \frac{520}{5,27785} \approx 98 \text{ осіб.}$$

В соціологічних та маркетингових дослідженнях частіше ніж середню оцінюють частку ознаки (досліджують яка частина опитаних обрала той чи інший варіант відповіді). Значення w , тобто частки одиниць, наділених певною ознакою у вибірковій сукупності, до проведення дослідження часто невідоме, тому його умовно приймають на рівні 0,5, тобто вважають що за двох альтернативних варіантів відповідей на питання думки респондентів розподіляться порівну. З погляду математики саме при такому розподілі розмір помилки вибірки є максимальним. Розрахунок необхідної чисельності вибірки за формулою частки при повторному відборі за такої гіпотези щодо розподілу наведений у табл. 34.

Таблиця 34

Необхідна чисельність вибірки при визначенні частки ознаки повторним способом відбору при $p=0,954$ за гіпотезою $w=0,5$

Розмір помилки вибірки, %	14	10	8	7	6	5	4	3	2	1,5	1	0,5
Чисельність вибірки	49	96	150	196	267	384	600	1067	2401	4268	9604	38416

Як видно з табл. 34 зі зростанням обсягу вибірки значення помилки скорочується повільніше – якщо дослідити 600 осіб помилка вибірки становитиме 4 %, якщо збільшити вибірку у 4 рази (до 2400

осіб) помилка скоротиться вдвічі – до 2 %, щоб отримати результат з точністю ± 1 % потрібно опитати 9600 осіб, а для зменшення помилки до 0,5 % треба дослідити 38 тисяч. Практично далі збільшення обсягу вибірки не має сенсу, оскільки уникнути помилок в будь-якому дослідженні неможливо. Тому в соціологічних дослідженнях достатнім вважають обсяг вибіркової сукупності від 500 до 2-2,5 тис. осіб.

5. Проведення спостереження у вибірковій сукупності.

Організація вибіркового дослідження потребує врахування всіх умов та обставин, в яких воно буде проводитись. Проте, якщо в ході спостереження виникають нові обставини до організації вибірки вносять відповідні корективи.

6. Визначення вибіркових характеристик та їх помилок. На цьому етапі слід оцінити показники, одержані за вибірковими даними, тобто визначити граничну помилку вибіркової сукупності та встановити ймовірність здійснення помилки певного розміру.

7. Поширення вибіркових даних на генеральну сукупність з урахуванням помилок вибірки.

Помилка вибірки може як збільшувати, так і зменшувати досліджуваний показник генеральної сукупності.

Для визначення величини з урахуванням помилки використовують формули:

$$\text{для середньої} - \tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x;$$

$$\text{для частки} - w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w.$$

Наприклад, за результатами вибіркового дослідження даних звітності щодо рівня рентабельності підприємств галузі встановлено, що середній рівень рентабельності виробництва – 22 %, гранична помилка середньої – 4 %. Частка підприємств, які експортують продукцію, – 50 %, гранична помилка – 2 %. Рівень імовірності отриманих результатів – 0,954.

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x \rightarrow 22 - 4 \leq \bar{x} \leq 22 + 4;$$

$$18 \leq \bar{x} \leq 26.$$

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w \rightarrow 50 - 2 \leq p \leq 50 + 2;$$

$$48 \leq p \leq 52.$$

Отже, для 95,4 % підприємств галузі рівень рентабельності коливається у межах від 18 до 26 %, експортують свою продукцію 48-52 % підприємств.

Крім наведеного способу *для поширення вибірових даних на генеральну сукупність використовують спосіб прямого перерахунку та спосіб поправочних (коригувальних) коефіцієнтів.*

При прямому перерахунку вибірові характеристики множать на відповідний показник обсягу генеральної сукупності з урахуванням значення граничної помилки репрезентативності.

Наприклад, в районі 2500 приватних господарств, що утримують птицю, за результатами їх 10 % вибірового дослідження встановлено, що в середньому на одному подвірні утримують 20 голів курей, гранична помилка вибірки – 2 голови. Т.ч., середнє поголів'я птиці на одному дворі коливається від 18 до 22 голів. Загальна чисельність поголів'я птиці в приватному секторі – від 45 до 55 тис. голів.

Спосіб поправочних (коригувальних) коефіцієнтів полягає у тому, що по одних і тих же об'єктах зіставляють дані суцільного і контрольного вибірового обстеження. У результаті такого зіставлення обчислюють поправочні коефіцієнти, які використовують для уточнення даних суцільного дослідження.

Наприклад, старости груп факультету подали інформацію що на заняттях були відсутні 65 студентів. Контрольна вибірова перевірка 5 % груп показала, що за даними старост число відсутніх у них студентів становить 15 осіб, а при контрольній перевірці – 26 осіб.

Коригувальний коефіцієнт становить: $K = \frac{26}{15} = 1,733$. Отже, фактична кількість відсутніх студентів: $N = 65 \times 1,733 = 113$.

Тести

1. Як називають дослідження, при якому обстеженню підлягає лише частина одиниць сукупності, відібраних на основі науково розроблених принципів?

- а) вибірове;
- б) типове;
- в) суцільне;
- г) обстеження основного масиву.

2. Який від несуцільного дослідження зазвичай використовують при вивченні рівня життя населення?

- а) спосіб основного масиву;

- б) звітність;
- в) вибіркоче;
- г) зазвичай використовують суцільне дослідження.

3. *Вибіркове спостереження є одним із видів:*

- а) анкетування;
- б) монографічного спостереження;
- в) несцільного спостереження;
- г) спостереження способом основного масиву.

4. *Як називають загальну чисельність одиниць дослідження, з яких здійснюють відбір при вибіркового дослідженні?*

- а) вибіркова сукупність;
- б) репрезентативна сукупність;
- в) суцільна сукупність;
- г) генеральна сукупність.

5. *Як називають сукупність, що складається з частини одиниць дослідження, відібраних при вибіркового дослідженні на основі певних принципів?*

- а) вибіркова;
- б) репрезентативна;
- в) суцільна;
- г) генеральна.

6. *Як називають властивість вибіркової сукупності відтворювати генеральну сукупність?*

- а) ідентичність;
- б) типовість;
- в) репрезентативність;
- г) уніфікованість.

7. *Теоретичною основою вибіркового методу є:*

- а) теорія імовірності;
- б) загальна теорія статистики;
- в) праці Роберта Фішера;
- г) правило додавання дисперсій.

8. *Який рівень імовірності зазвичай вважають достатнім при дослідженні соціально-економічних явищ?*

- а) 0,683 (68,3 %);
- б) 0,954 (95,4 %);
- в) 0,999 (99,9 %);
- г) 1,000 (100,0 %).

9. Як позначають частку ознаки у генеральній сукупності?

- а) $\bar{x}$;
- б) $\tilde{x}$;
- в) p ;
- г) w .

10. Як позначають середню величину у вибірковій сукупності?

- а) $\bar{x}$;
- б) $\tilde{x}$;
- в) p ;
- г) w .

11. Повторна схема випадкового способу організації вибірки полягає у тому, що:

- а) кожна одиниця генеральної сукупності бере участь у вибірці стільки разів, скільки відбирають одиниць;
- б) для перевірки результатів дослідження його повторюють по інших одиницях генеральної сукупності;
- в) вибіркове дослідження проводиться двічі по одних і тих же одиницях дослідження;
- г) дослідники використовують схему організації дослідження, яку раніше використовували для вивчення інших об'єктів.

12. Безповторна схема випадкового способу організації вибірки полягає у тому, що:

- а) досліджуваний об'єкт внаслідок унікальності не може бути вивчений повторно;
- б) кожна відібрана з генеральної сукупності одиниця у подальшому відборі участі не бере;
- в) вибірка формується на підставі одного способу відбору, а не комбінуванням двох і більше способів;
- г) дослідники використовують інноваційну схему організації дослідження, яку раніше не використовували.

13. Власне випадковий відбір може здійснюватися шляхом:

- а) жеребкування;
- б) відбору одиниць через рівні проміжки;
- в) способом «хід коня»;
- г) всіма вище переліченими.

14. Який спосіб відбору у вибірккову сукупність використовують якщо відбір одиниць з генеральної сукупності здійснюють через рівні проміжки?

- а) типовий;
- б) власне випадковий;
- в) механічний;
- г) серійний.

15. Який спосіб відбору потребує попереднього розподілу генеральної сукупності на однорідні групи?

- а) стихійної вибірки;
- б) типовій;
- в) власне випадковий;
- г) механічний.

16. При серійному способі відбору:

- а) одиниці дослідження відбирають через рівні проміжки;
- б) генеральну сукупність розподіляють на підсукупності, серед яких вибирають одиниці спостереження, так повторюють кілька разів;
- в) відбирають цілі групи, які потім підлягають суцільному обстеженню;
- г) одиниці дослідження відбирають пропорційно певним показникам підсукупностей.

17. При проведенні вибіркового дослідження механічним способом відбору, якщо потрібно вивчити 20% одиниць генеральної сукупності, слід відбирати з упорядкованих одиниць:

- а) кожну двадцяту одиницю;
- б) будь-які 20% одиниць;
- в) перші двадцять одиниць;
- г) кожну п'яту одиницю.

18. При проведенні вибіркового дослідження механічним способом відбору, якщо потрібно вивчити 10 % одиниць генеральної сукупності, слід відбирати з упорядкованих одиниць:

- а) кожну десятку одиницю;
- б) будь-які 10 одиниць;
- в) перші десять одиниць;
- г) останні десять одиниць.

19. Який з нижчеперелічених способів відбору здійснюють на підставі не одного способу відбору, а поєднанням двох і більше способів, які утворюють ступені відбору?

- а) квотований;
- б) типовий;
- в) багатоступеневий;
- г) «снігового кома».

20. Яка статистична характеристика є критерієм при плануванні вибіркового дослідження?

- а) середня;
- б) дисперсія;
- в) помилка вибірки;
- г) імовірність.

21. Різницю між середнім значенням показника у вибірковій і генеральній сукупностях називають:

- а) помилка вибірки;
- б) помилка реєстрації;
- в) помилка репрезентативності;
- г) випадкова помилка.

22. Помилки репрезентативності виникають:

- а) через свідоме викривлення фактів з певною метою;
- б) під час вибіркового дослідження, якщо вибірка сукупність недостатньо повно відтворює генеральну;
- в) внаслідок неправильного встановлення фактів, невірною їх запису;
- г) у результаті постійних відхилень даних в одному напрямку.

23. Максимально можливе відхилення між середнім значенням показника у вибірковій і генеральній сукупностях називають:

- а) гранична помилка вибірки;

- б) систематична помилка реєстрації;
- в) помилка репрезентативності;
- г) випадкова помилка.

24. Розходження між вибірковою і генеральною середньою, яка не перевищує розмір середнього квадратичного відхилення, це:

- а) гранична помилка вибірки;
- б) систематична помилка реєстрації;
- в) помилка репрезентативності;
- г) середня помилка вибірки.

25. При визначенні необхідної чисельності вибірки головним критерієм є:

- а) щоб вибірка сукупність була репрезентативна;
- б) щоб помилка вибірки з певним рівнем ймовірності не перевищувала встановлену величину;
- в) максимальна економія ресурсів та часу;
- г) наявні ресурси для проведення дослідження – кошти, персонал.

26. За якою з наведених формул розраховують чисельність вибірки для визначення та оцінці середньої ознаки за схемою безповторного відбору?

- а) $n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2}$;
- б) $n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma^2}$;
- в) $n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_p^2}$;
- г) $n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_p^2 N + t^2 w(1-w)}$.

27. Яку формулу використовують для розрахунку чисельності вибірки при визначенні та оцінці частки ознаки за схемою безповторного відбору?

- а) $n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2}$;
- б) $n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma^2}$;

$$\text{в) } n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_p^2};$$

$$\text{г) } n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_p^2 N + t^2 w(1-w)}.$$

28. Значення коефіцієнта довіри (t) при рівні ймовірності 95,4% ($p=0,954$) дорівнює:

- а) 2,00;
- б) 3,0;
- в) 3,3;
- г) 9,54.

29. Яким способом здійснюють розповсюдження результатів вибірки, якщо вибірковий показник множать на відповідний показник обсягу генеральної сукупності?

- а) прямого перерахунку;
- б) безпосереднього перенесення;
- в) основного масиву;
- г) шляхом розрахунку інтегрованих показників.

30. Для внесення поправок до даних суцільного спостереження використовують спосіб:

- а) аудиторської перевірки;
- б) поправочних (коригувальних) коефіцієнтів;
- в) експертної оцінки;
- г) всі відповіді правильні.

Правильні відповіді: 1 – а; 2 – в; 3 – в; 4 – г; 5 – а; 6 – в; 7 – а; 8 – б; 9 – в; 10 – б; 11 – а; 12 – б; 13 – а; 14 – в; 15 – б; 16 – в; 17 – г; 18 – а; 19 – в; 20 – в; 21 – а; 22 – б; 23 – а; 24 – г; 25 – б; 26 – б; 27 – г; 28 – а; 29 – а; 30 – б.

Практичні завдання

Завдання «Визначення вибірових характеристик сукупності»

Зміст завдання: на підставі вихідної інформації (додаток Д) про рівень показника (*обирати самотійно*) здійснити 10% неповторний відбір одиниць спостереження; по вибірковій сукупності розрахувати середнє значення ознаки та питому вагу підприємств з рівнем ознаки

вище середнього; поширити вибіркові характеристики на генеральну сукупність при рівні ймовірності $=0,954$.

Порядок виконання

1. Здійснити 10 % безповторну вибірку механічним способом.
2. Побудувати на основі відібраних ознак ранжирований ряд.
3. Знайти середню вибіркову величину за формулою:

$$\tilde{x} = \frac{\sum x}{n}.$$

4. Відібрати показники, вищі за рівень середнього значення (величини розрахованої у п.3).

Розрахувати середню прогресивну величину за формулою середньої арифметичної простої з показників, вищих за середню вибіркову:

$$\tilde{x}_{\text{пр}} = \frac{\sum x}{n}.$$

6. Відібрати варіанти, вищі за середню прогресивну, тобто підприємства з високим рівнем досліджуваного показника. Підрахувати їх кількість (n').

7. Знайти питому вагу відібраних варіант (п. 6) у вибірковій сукупності за формулою:

$$w = \frac{n'}{n}.$$

8. Обчислити вибіркову дисперсію за формулою:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 n_i}{\sum n_i}.$$

Вихідні та розрахункові дані занести до табл. 35.

Таблиця 35

Вихідні та розрахункові дані для обчислення вибіркової дисперсії

x_i	n_i	$x_i - \tilde{x}$	$(x_i - \tilde{x})^2$	$(x_i - \tilde{x})^2 n_i$
...				
Всього				

9. Знайти середню помилку середньої величини досліджуваної ознаки за формулою:

$$\bar{m}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

10. Визначити граничну помилку середньої величини досліджуваної ознаки за формулою:

$$\Delta_{\bar{x}} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

11. Знайти межі, в яких варіює (коливається) питома вага підприємств з високим (прогресивним) рівнем. Середня величина змінюється в межах:

$$\tilde{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\bar{x}}.$$

12. Розрахувати середню помилку частки (питомої ваги) підприємств з прогресивним рівнем за формулою:

$$m_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

13. Визначити граничну помилку частки (питомої ваги) підприємств з прогресивним рівнем за формулою:

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

14. Межі коливання питомої ваги підприємств з прогресивним рівнем досліджуваного показника визначаються за формулою:

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w.$$

Сформулювати висновки.

ТЕМА 7. СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ

- 7.1. Види взаємозв'язків соціально-економічних явищ.
- 7.2. Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків.
- 7.3. Дисперсійний аналіз.
 - 7.3.1. Поняття дисперсійного аналізу.
 - 7.3.2. Однофакторний дисперсійний аналіз.
 - 7.3.3. Двофакторний дисперсійний аналіз.
- 7.4. Кореляційно-регресійний аналіз.
 - 7.4.1. Загальне поняття кореляційно-регресійного аналізу.
 - 7.4.2. Однофакторна прямолінійна кореляція.
 - 7.4.3. Криволінійна кореляція.
 - 7.4.4. Множинна кореляція.

7.1. Види взаємозв'язків соціально-економічних явищ

Одним з основних завдань статистики є вивчення взаємозв'язків між показниками суспільного життя та причин, що викликали зміну тих чи інших показників. Об'єктивні та суб'єктивні умови й причини, що впливають на інші явища, викликають їх зміни, об'єднують у понятті «фактори». Явища, що змінюються під впливом дії факторів, наслідки цих змін називають «результатами». Відповідно, виділяють факторні та результативні показники та ознаки.

Факторні показники (ознаки) характеризують явища і процеси, які впливають на інші показники та викликають їх зміни.

Результативні показники (ознаки) характеризують явища і процеси, що змінюються під впливом дії факторів.

Наприклад, рівень фондоозброєності (вартість основних виробничих засобів, що припадає на одного працівника) впливає на продуктивність праці (кількість виробленої одним працівником продукції), яка, у свою чергу, впливає на рівень заробітної плати.

Факторні ознаки поділяють на головні (які є вирішальними у формуванні того чи іншого результативного показника) та другорядні (допоміжні).

Зв'язки соціально-економічних явищ класифікують:

1) за кількістю ознак, зв'язок між якими досліджують:

а) однофакторний – зв'язок, за якого досліджують залежність результативної ознаки лише від однієї ознаки-фактора;

Оскільки при цьому вивчають зв'язок між двома ознаками, такі зв'язки ще називають парними (простими). Приклад – вивчення впливу рівня життя в країні (факторна ознака) на середню тривалість життя її мешканців (результативна ознака).

б) багатofакторний (множинний) – зв'язок, за якого досліджують залежність результативної ознаки одночасно від кількох ознак-факторів.

Наприклад, середню тривалість життя в країні можна одночасно розглядати з позицій підвищення рівня добробуту населення, покращення медичного обслуговування, поліпшення екологічної та криміногенної ситуації тощо.

2) за напрямком впливу:

а) прямий – зв'язок, при якому збільшення значення факторної ознаки викликає збільшення значення результативної ознаки, а її зменшення – зменшення результативної;

Тобто, при прямому зв'язку направленість зміни результативної ознаки збігається з направленістю зміни факторної ознаки. Наприклад, збільшення кількості внесених добрив сприяє підвищенню урожайності сільськогосподарських культур, зменшення обсягів реалізації продукції спричиняє зменшення доходів підприємства тощо.

б) обернений – зв'язок, при якому значення результативної ознаки змінюється у протилежному напрямі щодо зміни факторної ознаки (збільшення факторної ознаки спричиняє зменшення результативної й навпаки).

Наприклад, із підвищенням урожайності сільськогосподарських культур, як правило, зменшується собівартість одиниці їх продукції, із зниженням собівартості зростає рентабельність і т. д.

3) за типом залежності показників:

а) функціональний (повний) – зв'язок, при якому зміна факторної ознаки на певну величину викликає зміну результативної ознаки на чітко визначену величину;

Це жорстко детермінований (чітко обумовлений) та однозначний зв'язок, в якому спостерігається повна відповідність між причиною і наслідком. Тобто, за такого зв'язку кожному можливому значенню факторної ознаки відповідає чітко визначене значення результативної ознаки. В чистому вигляді такого роду залежність зустрічається в математиці, фізиці, хімії. В економіці прикладами функціональних

зв'язків можуть бути системи показників, що виражені за допомогою математичних моделей. Наприклад, залежність «Прибуток = Доходи – Витрати», відповідно до якої якщо сума доходів збільшиться на 100 тис. грн за незмінної суми витрат, то прибуток зросте на 100 тис. грн.

При функціональному зв'язку значення результативного показника можна знайти як суму, різницю, добуток, частку від ділення значень факторних показників або комбінацією цих дій.

Типи факторних моделей при функціональному зв'язку:

1) *адитивні*, які відображають результативний показник як алгебраїчну суму (або різницю) первинних показників-факторів: $Y = A + B + \dots + C$ або $Y = A - B$.

Наприклад, загальну суму операційних витрат підприємства можна представити як суму матеріальних затрат, витрат на оплату праці, відрахувань на соціальні заходи, амортизацію, інших витрат;

2) *мультиплікативні*, в яких результативний показник є добутком кількох факторних показників: $Y = A \times B \times \dots \times C$.

Наприклад, при визначенні вартості реалізованої продукції одного виду множать її кількість на ціну одиниці продукції;

3) *кратні*, застосовують якщо результативний показник є часткою ділення одного показника на інший: $Y = A / B$.

Наприклад, показники рентабельності обчислюють відношенням фінансового результату до витрат або вкладених ресурсів.

4) *комбіновані (змішані)* це поєднання в різних комбінаціях попередніх моделей, наприклад, $Y = \frac{A+B}{C}$, $Y = \frac{A}{B+C}$, $Y = A(B-C)$.

б) стохастичний (неповний) – зв'язок між ознаками, при якому кожній зміні факторної ознаки може відповідати декілька різноманітних значень результативної.

Наприклад, зв'язок між затратами часу на самостійну роботу студента та кількістю балів за вивчення дисципліни є неповним, оскільки студенти, які витратили однакову кількість часу на самопідготовку за результатами контрольних заходів можуть одержати різні бали. Крім того, студент не може чітко передбачити скільки балів він одержить, якщо буде додатково займатись 1 годину або 8.

Стохастичний зв'язок проявляється лише при спостереженні масових даних. Наприклад, за результатами багаторічних спостережень за результатами екзаменаційних сесій можна виявити загальну залежність, що студенти, які витрачають на самопідготовку

не менше ніж 50 годин, як правило, отримують по дисципліні не менше ніж 75 балів, при затратах часу більше ніж 60 годин – кількість балів перевищує 82 і т. д.

Кореляційний зв'язок – вид стохастичного зв'язку, при якому одному значенню факторної ознаки можуть відповідати різні значення результативної ознаки, а зі зміною значення факторної ознаки змінюється середня величина результативної.

Тобто, кореляційним називають неповний зв'язок між досліджуваними явищами, при якому зі зміною факторної ознаки змінюються групові середні результативної ознаки. Наприклад, заробітна плата працівника залежить від кваліфікації, необхідної для виконання посадових обов'язків, від умов праці, від наявного рівня освіти та стажу роботи працівників тощо, проте ця залежність діє в середньому і може не дотримуватись для окремих вакансій. Кореляційний зв'язок проявляється лише в середньому або в цілому для всієї сукупності спостережень і є неточним щодо окремих спостережень.

За своїми математичними особливостями кореляційні залежності можуть бути прямими й оберненими, прямолінійними й криволінійними, простими й множинними.

7.2. Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків

При використанні статистичних методів вимірювання взаємозв'язків між факторними та результативними ознаками вирішальне значення має попередній логічний аналіз даних. Оскільки зв'язок між ознаками не є результатом математичних розрахунків, а лежить в природі самих явищ, за допомогою методів статистики можна лише виразити об'єктивно наявні закономірності. Якщо ж проігнорувати всебічний логічний аналіз даних можна отримати хибні результати. Так, наприклад, логічно шукати залежність між показниками, що характеризують погодні умови, урожайність зернових культур та рентабельність виробництва зерна, і навряд чи принесе результат пошук зв'язку між погодними умовами та прибутковістю роботи ІТ-компанії.

Для вивчення стохастичних зв'язків найчастіше використовують наступні методи: аналітичне групування, метод паралельних рядів, дисперсійний аналіз, кореляційно-регресійний аналіз, кластерний аналіз, біваріантний аналіз та інші.

Ці статистичні методи встановлення та вимірювання взаємозв'язків між факторними й результативними показниками базуються на використанні апарату теорії ймовірності та математичної статистики. Застосовують їх виключно для аналізу значних за обсягом (не менше за 20-30 одиниць) статистичних сукупностей.

Аналітичне групування – полягає в тому, що всі елементи вихідної інформації групують за факторною ознакою (в основу групування можна покласти не лише кількісні, але й атрибутивні ознаки, що не виражені числами), далі для кожної утвореної групи визначають значення результативних показників. В процесі аналізу отриманих даних можна з'ясувати як впливає зміна факторної ознаки на результативну.

Групування передбачає певну класифікацію явищ і процесів та причин, що їх зумовлюють. Не можна групувати явища за випадковими ознаками, передусім необхідно дослідити їх сутність.

Методика побудови ряду розподілу для проведення аналітичного групування описана у пп. 3.3, а приклад макету аналітичної таблиці наведений у пп. 3.4.

Недоліком методу аналітичних групувань є те, що він дозволяє тільки встановити наявність зв'язку між явищами, але не може виміряти його за допомогою кількісних параметрів.

Метод паралельних рядів використовують для оцінки тісноти (сили) зв'язку між пов'язаними ознаками з використанням спеціальних коефіцієнтів. Так, наприклад, можна розглядати зв'язок у часі між динамікою витрат підприємства на навчання персоналу та динамікою продуктивністю праці.

Дисперсійний аналіз – математико-статистичний метод вивчення варіації ознаки, що залежить від різноманітних одночасно діючих факторів. Методика дисперсійного аналізу викладена у пп. 7.3.

Кореляційно-регресійний аналіз – метод дослідження взаємозалежностей у сукупності, визначення ступеня відокремленого та спільного впливу факторів на результативну ознаку та кількісної оцінки цього впливу. Методичні засади кореляційно-регресійного аналізу викладені у пп. 7.4.

Біваріантний аналіз (χ^2 -тест) – метод перевірки гіпотез щодо наявності або відсутності зв'язку між змінними. Перевагою даного методу є те, що його можна використовувати для аналізу зв'язків як між кількісними, так і між якісними ознаками.

При проведенні χ^2 -тесту порівнюють фактичні (емпіричні) частоти з очікуваними (теоретичними). Математично можливий зв'язок між ознаками розкривається за допомогою χ^2 -критерію.

Порядок проведення χ^2 -тесту:

1. Будують перехресну таблицю, в якій у вигляді матриці даних представляють комбінації взаємозв'язків між змінними. Для кожної комбінації у матрицю заносять емпіричні частоти.

2. Формулюють нульову та конкуруючу гіпотези. У якості нульової гіпотези висувають припущення, що зв'язок між змінними відсутній, у якості конкуруючої – що зв'язок між ними є.

3. Визначають теоретичні частоти для кожної клітинки перехресної таблиці за формулою:

$$n'_{ij} = \frac{n_i \times n_j}{\sum n_i},$$

де, n'_{ij} – теоретична частота показника по i -му рядку j -го стовпця,

n_i – сума частот по i -му рядку,

n_j – сума частот по j -му стовпцю;

$\sum n_i$ – загальна сума частот.

4. Порівнюють фактичні та теоретичні частоти за допомогою розрахунку χ^2 -критерію:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_{ij} - n'_{ij})^2}{n'_{ij}},$$

де, n_{ij} – фактична частота показника по i -му рядку j -го стовпця,

n'_{ij} – теоретична частота показника по i -му рядку j -го стовпця,

5. За стандартними математичними таблицями знаходять критичне значення χ^2 -критерію при заданому рівні істотності (імовірності) α та числі ступенів вільності v .

Число ступенів вільності v знаходять як:

$$v = (\text{кількість стовпців} - 1) \times (\text{кількість рядків} - 1).$$

Критичне значення знаходиться в таблиці стандартних значень (додаток Б) на перетині рядка, значення якого відповідає значенню показника v , і стовпця, значення якого дорівнює показнику α .

6. Порівнюють розрахункове та критичне значення χ^2 -критерію. Якщо розрахункове значення більше або дорівнює критичному – нульова гіпотеза відхиляється, якщо менше – приймається.

Наприклад, у результаті маркетингового дослідження (табл. 36)

300 споживачів стосовно того якій торговій марці (X чи Y) вони віддають перевагу були отримані наступні результати: 75 чоловіків і 40 жінок обрали марку X, 25 чоловіків і 160 жінок – марку Y. За допомогою χ^2 -тесту перевіримо чи існує зв'язок між статтю споживача та вибором ним торгової марки.

Таблиця 36

**Дані для пошуку взаємозв'язку
між статтю та вибором торгової марки**

Марка	Стать		Сума
	Чоловіки	Жінки	
X	75 (75%) a	40 (20%) b	115
Y	25 (25%) c	160 (80%) d	185
Сума	100	200	300

Емпіричні частоти становлять: $a = 75$, $b = 40$, $c = 25$, $d = 160$.

Нульова гіпотеза: зв'язок між статтю та вибором торгової марки відсутній.

Конкуруюча гіпотеза: зв'язок між статтю та вибором марки є – чоловікам більше подобається марка X, а жінкам – марка Y.

Теоретичні частоти для кожної клітинки табл. 36 становлять:

$$a' = (115 \times 100) / 300 = 38; \quad b' = (115 \times 200) / 300 = 77;$$

$$c' = (185 \times 100) / 300 = 62; \quad d' = (185 \times 200) / 300 = 123.$$

Розрахункова величина χ^2 :

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \frac{(a - a')^2}{a'} + \frac{(b - b')^2}{b'} + \frac{(c - c')^2}{c'} + \frac{(d - d')^2}{d'} = \\ &= \frac{(75 - 38)^2}{38} + \frac{(40 - 77)^2}{77} + \frac{(25 - 62)^2}{62} + \frac{(160 - 123)^2}{123} = 87,0. \end{aligned}$$

Визначаємо число ступенів вільності: $v = (2 - 1) \times (2 - 1) = 1$.

Рівень істотності встановимо $\alpha = 0,001$ (гарантія імовірності 99,9%). Для зазначених числа ступенів вільності та рівня істотності табличне значення χ^2 (додаток Б) дорівнює 10,8, оскільки воно менше за розрахункове значення 87,0, нульова гіпотеза відхиляється. Отже, між вибором торгової марки та статтю існує зв'язок – чоловікам більше подобається марка X, а жінкам – марка Y.

При використанні розглянутих методів слід пам'ятати, що неповний зв'язок між показниками можна виявити лише досліджуючи достатньо велику сукупність спостережень.

Теоретичною основою статистичних методів, що вивчають стохастичні зв'язки, є теорія імовірності. Відповідно до закону великих чисел сукупна дія великої кількості випадкових факторів призводить до результату, який майже не залежить від випадковості. У соціально-економічній статистиці закон великих чисел розглядають як загальний принцип через який кількісні закономірності, притаманні масовим суспільним явищам, чітко проявляються лише у досить великій кількості спостережень і тільки як тенденція в середньому. Ця тенденція майже не залежить від випадку, проте вона відображає кількісну закономірність лише наближено, й ніколи абсолютно точно її не відтворює. Тобто, жоден із зазначених методів не може дати 100 % результат при виявленні та вимірі закономірностей. Однак, якщо зв'язок між показниками не детермінований, а стохастичний, то імовірнісні статистичні методи є основним інструментом дослідження.

Для вивчення функціональних зв'язків використовують прийоми елімінування.

Прийоми елімінування базуються на умовному усуненні впливу всіх діючих на результативний показник факторів окрім одного, вплив якого вивчають. Елімінування послідовно вивчає ізольований вплив дії чинників на результативний показник за умови одночасної незмінності інших факторів. Наприклад, при факторному аналізі зміни виручки від реалізації певної продукції в одному періоді у порівнянні з іншим, спочатку досліджують, якою була б виручка при збільшенні обсягів продажу за незмінної ціни, потім вивчають вплив зміни ціни при незмінному обсязі реалізації.

Елімінування проводять із використанням наступних прийомів (способів):

1) спосіб ланцюгових підстановок – використовують для всіх типів факторних моделей;

2) спосіб абсолютних різниць – використовують для факторного аналізу в мультиплікативних моделях та в змішаних моделях типу $Y=A(B+C)$, $Y=A(B-C)$;

3) спосіб відносних різниць – використовують для факторного аналізу в мультиплікативних моделях та в змішаних моделях типу $Y=A(B+C)$, $Y=A(B-C)$;

4) індексний метод досліджує мультиплікативні, кратні та змішані моделі типу $Y=A(B+C)$, $Y=A(B-C)$. Методичні засади

індексного методу викладені у темі 9.

5) інтегральний спосіб – досліджує мультиплікативні та кратні моделі;

6) спосіб пропорційного ділення, спосіб часткової участі, логарифмування та інші.

Перелічені способи широко використовують у дослідженнях взаємозв'язків між економічними явищами та процесами, а методичні засади їх використання детально описані в навчальній літературі з теорії економічного аналізу.

7.3. Дисперсійний аналіз

7.3.1. Поняття дисперсійного аналізу

Дисперсійний аналіз – математико-статистичний метод вивчення результатів спостереження, що залежать від різноманітних одночасно діючих факторів.

Мета дисперсійного аналізу – кількісно виміряти вплив факторів (від одного до трьох), що діють із неоднаковою силою, та їх взаємодії на варіацію результативного показника.

Основними завданнями дисперсійного аналізу є кількісний вимір сили впливу факторних ознак та їх сполучень на результативну ознаку, визначення вірогідності впливу та його довірчі межі (рівень імовірності).

За однофакторною схемою проведення аналізу досліджують залежність зміни результативної ознаки від зміни однієї факторної ознаки, всі інші чинники впливу на розмір результативного показника вважають умовно незмінними. Такий метод не дає змоги виявити взаємодію факторів при одночасній їх зміні. Перевагою багатофакторного (дво- і трифакторного) аналізу є можливість оцінити взаємодію факторних ознак.

В багатьох галузях суспільного життя проявляється синергетичний ефект, який полягає в тому, що сумарний ефект взаємодії двох чи більше чинників більший за просту суму їх ефекту (тобто, коли $1+1 \neq 2$). Наприклад, прибуток двох компаній після об'єднання більше за суму їх прибутків до злиття, а результат команди може бути більшим, ніж сумарний результат індивідуальної роботи її членів.

В дослідженнях важливо оцінити не лише як впливає кожен із факторів на результат, але й чи не має впливу одного фактора на

іншій. Наприклад, виробник покращив пакування продукції та одночасно запустив нову рекламну кампанію, як результат – обсяги продажу зросли, але можливо, два фактори впливу діяли не лише відокремлено, але й спільно – завдяки більш привабливій тарі візуальний ефект від реклами посилювався.

Дисперсійний аналіз, як зазначалось вище, дозволяє оцінити вплив зміни факторної ознаки на варіацію результативної з певним рівнем ймовірності (найчастіше, 95,0 %, 99,0 % або 99,9 %). Проте, оскільки за допомогою дисперсійного аналізу вивчають стохастичні (неповні) зв'язки, не може бути 100 % гарантії того, що результат дослідження не викликаний впливом випадкових чинників.

Для перевірки істотності впливу факторної ознаки на результативну в дисперсійному аналізі використовують своєрідний норматив – F-критерій, названий на честь англійського вченого сера Рональда Ейлмера Фішера.

Роберт Фішер є найвидатнішим продовжувачем класичних робіт Карла Пірсона. Він працював над практичними аспектами математичної статистики, зокрема розробив фундамент теорії оцінки параметрів, статистичних рішень, планування експериментів та перевірки статистичних гіпотез, розробив методику дисперсійного аналізу. Більшість методів Фішера мають загальний характер і можуть застосовуватись як в природничих, так і в суспільних науках.

Фішер встановив закон розподілу: якщо значення факторної дисперсії значно більше за значення залишкової, то фактор істотно впливає на результативну ознаку, і навпаки. Для визначення межі випадкових коливань відношень дисперсій вчений розробив спеціальні таблиці F-розподілу (таблиці В і Г).

Для перевірки гіпотези щодо наявності або відсутності істотних зв'язків між груповими середніми, окрім критерію Фішера, є й інші методики. Наприклад, якщо групування проведено за якісною ознакою, оцінку перевірку здійснюють за методикою Хартлі з використанням критерію Т'юкі. При невеликій кількості груп (до трьох) можна використати t-критерій Ст'юдента.

Умовні позначення дисперсій у дисперсійному аналізі:

S_y – загальна дисперсія результативного показника. Її визначають як суму квадратів відхилень кожної варіанти від середньої арифметичної.

S_x – факторна (міжгрупова) дисперсія результативного

показника, що виникає під впливом дії врахованих факторних показників. Тобто, це коливання між середніми значеннями результативної ознаки по окремих групах. Значення факторної дисперсії залежить переважно від дії досліджуваного фактора.

C_z – залишкова (внутрішньогрупова) дисперсія, зумовлена дією випадкових, неврахованих у дисперсійному комплексі чинників. Залишкову дисперсію називають дисперсією помилки оскільки вона характеризує варіацію результативної ознаки під впливом дії випадкових чинників. Чим менша залишкова дисперсія, тим менше випадкових помилок у результатах дослідження, тим воно точніше. Якщо факторна дисперсія значно перевищує залишкову – фактор істотно впливає на результативну ознаку, суттєво змінює її середнє значення.

Дисперсійний аналіз базується на правилі складання дисперсій: при розподілі сукупності на групи загальна дисперсія дорівнює сумі міжгрупових дисперсій і середньої внутрішньогрупової дисперсії, тобто $C_y = C_x + C_z$.

У дво- та трифакторному дисперсійному аналізі факторна дисперсія C_x є сумою дисперсій кожного фактора окремо (А, В, С) та дисперсій спільної дії цих факторів (C_{AB} , C_{AC} , C_{BC} , C_{ABC}).

Розглянемо послідовність проведення дисперсійного аналізу залежно від кількості факторних ознак, що включені до дисперсійного комплексу.

7.3.2. Однофакторний дисперсійний аналіз

Етапи однофакторного дисперсійного аналізу:

1) аналітичне групування сукупності за факторною ознакою;

Методика аналітичного групування розглянута у пп. 3.3.

Перевагою дисперсійного аналізу є те, що його можна використовувати для аналізу залежностей не лише між кількісними ознаками, але й при групуванні за якісними ознаками, а також при їх поєднанні. Так, наприклад, можна розподілити населення за рівнем доходів та за місцем проживання (сільське або міське населення) і дослідити як змінюються витрати на харчування по виділених групах.

2) визначення по результативній ознаці (V) статистичних характеристик ΣV , ΣV^2 , $h=(\Sigma V)^2/n_x$ по кожній групі та по сукупності в цілому;

3) обчислення загальної (C_y), факторної (C_x) та залишкової дисперсій (C_z) по сукупності:

$$C_y = \Sigma V^2 - \frac{(\Sigma V)^2}{n_x};$$

$$C_x = \Sigma h - \frac{(\Sigma V)^2}{n_x};$$

$$C_z = \Sigma V^2 - \Sigma h.$$

4) визначення частки окремих дисперсій у загальній дисперсії:

$$\text{– факторної} \quad \eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} \times 100;$$

$$\text{– залишкової} \quad \eta_z^2 = \frac{C_z}{C_y} \times 100.$$

За правилом розкладання дисперсій сума факторної та залишкової дисперсії дорівнює 100%.

5) визначення числа ступенів вільності (свободи) варіації ν .

Значення дисперсії залежить від чисельності групи – у групі, до якої входять 20 одиниць, як правило, варіація менша, ніж у групі, до якої входять 200 одиниць. Для визначення впливу факторів ця обставина не має значення, але при встановленні вірогідності впливу факторів необхідний показник, що дозволяє коректне порівняння різних за кількістю елементів груп. Таким показником є скоригована дисперсія – девіата.

Число ступенів вільності для факторної дисперсії:

$$\nu_x = l - 1;$$

число ступенів вільності для залишкової дисперсії:

$$\nu_z = n - l,$$

де, l – кількість груп,

n – число одиниць сукупності.

Девіатою називають дисперсію, яка припадає на один елемент вільного варіювання або на один ступінь вільності. Корінь квадратний з девіати ($\sqrt{\sigma^2}$) – середнє квадратичне відхилення (σ).

6) оцінка вірогідності впливу факторної ознаки на результативну за допомогою критерію Фішера (F-критерію):

$$F_p = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2},$$

де, σ^2 – девіати (дисперсії, скориговані на число ступенів вільності):

$$\sigma_x^2 = \frac{C_x}{\nu_x}, \quad \sigma_z^2 = \frac{C_z}{\nu_z}.$$

Для оцінки вірогідності зазвичай використовують таблиці, що дозволяють зробити висновки про граничне значення F-критерію при порогах імовірності $p=0,95$ та $p=0,99$ (додатки В-Г). Теоретичне значення F-критерію у них знаходять на перетині відповідного стовпця (число ступенів свободи для факторної дисперсії ν_x) і рядка (число ступенів свободи для залишкової дисперсії ν_z) для даного рівня ймовірності. Якщо величина розрахованого коефіцієнта F_p перевищує його табличне значення F_T при заданому рівні ймовірності (95 % або 99 %), то вплив досліджуваного фактора вважають вірогідним, а якщо не перебільшує – вплив не є вірогідним і фактор суттєво не впливає на результат. Однак, F_p може бути меншим за табличне значення не лише через несуттєвий вплив факторної ознаки на результативну, але й внаслідок недостатнього обсягу сукупності.

Розглянемо послідовність розрахунку однофакторного дисперсійного комплексу на прикладі залежності продуктивності праці (виробництві продукції одним працівником) (V) від рівня фондоозброєності (вартості основних виробничих засобів у розрахунку на одного працівника) (A) в 30 підприємствах.

На першому етапі здійснюють групування за факторною ознакою. У даному прикладі сукупність розподілена на три групи за принципом пропорційного розподілу малої сукупності – у першій та третій групі по 25% сукупності, у другій – 50% (табл. 37).

На підставі даних табл. 37 знаходимо загальну (C_y), факторну (C_x) та залишкову (C_z) дисперсії:

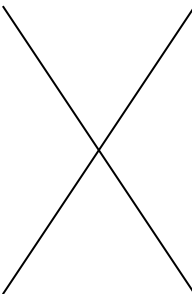
$$C_y = \sum V^2 - \frac{(\sum V)^2}{n} = 40064,34 - \frac{1088,6^2}{30} = 562,67;$$

$$C_x = \sum h - \frac{(\sum V)^2}{n} = 39744,34 - \frac{1088,6^2}{30} = 242,67;$$

$$C_z = \sum V^2 - \sum h = 40064,34 - 39744,34 = 320,00.$$

Таблиця 37

**Вихідні та розрахункові дані
однофакторного дисперсійного комплексу**

Показник	Рівень фондоозброєності, тис. грн			Суми (Σ)
	A ₁ – до 50	A ₂ – 50-100	A ₃ – понад 100	
V (продуктивність праці, тис. грн)	31,6; 32,0; 32,4; 33,0; 33,4; 33,5; 33,6	31,3; 32,1; 32,4; 33,8; 34,4; 34,4; 34,5; 34,7; 35,7; 36,0; 36,0; 36,0; 37,3; 37,9; 41,3; 44,6	34,1; 37,7; 38,5; 40,2; 42,7; 44,4; 49,1	
ΣV	229,50	572,40	286,70	1088,60
n_x	7	16	7	30
$(\Sigma V)^2$	52670,25	327641,76	82196,89	×
$h = \frac{(\Sigma V)^2}{n_x}$	7524,32	20477,61	11742,41	39744,34
ΣV^2	7528,09	20648,40	11887,85	40064,34

Ступінь впливу рівня фондоозброєності на продуктивність праці становить:

$$\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} = \frac{242,67}{562,67} = 0,431 \text{ (43,1 \%)}.$$

Ступінь впливу всіх інших неврахованих факторів на продуктивність праці становить:

$$\eta_z^2 = \frac{C_z}{C_y} = \frac{320,00}{562,67} = 0,569 \text{ (56,9 \%)}.$$

Число ступенів вільності варіації:

– для факторної дисперсії:

$$\nu_x = l - 1 = 3 - 1 = 2;$$

– для залишкової дисперсії:

$$\nu_z = n - l = 30 - 3 = 27,$$

де, l – кількість виділених груп;

n – чисельність вибірки.

Дев'яти дорівнюють:

$$\sigma_x^2 = \frac{C_x}{\nu_x} = \frac{242,68}{2} = 121,34;$$

$$\sigma_z^2 = \frac{C_z}{\nu_z} = \frac{320,00}{27} = 11,85.$$

Розрахункове значення F-критерію:

$$F_p = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2} = \frac{121,34}{11,85} = 10,24.$$

За таблицями стандартних відношень дев'ят (додатки В і Г) для сукупності з 30 одиниць ($\nu_z = 27$), розподіленої на 3 групи ($\nu_x = 2$), критерій Фішера становить: для рівня ймовірності 95 % ($p = 0,95$) $F_T = 3,3$, для рівня ймовірності 99 % ($p = 0,99$) $F_T = 5,5$. Отриманий критерій (F_p) (10,2) більший за табличні значення 3,3 та 5,5, отже, в досліджуваних підприємствах з імовірністю 99 % вплив рівня фондоозброєності на продуктивність праці становить 43,1 %, вплив інших факторів – 56,9 %.

7.3.3. Двофакторний дисперсійний аналіз

За результатами проведення двофакторного аналізу можна оцінити вплив на результативний показник кожного з двох досліджуваних факторів, вплив взаємодії цих факторів та вплив неврахованих факторів.

Послідовність проведення двофакторного дисперсійного аналізу аналогічна послідовності однофакторного, однак у зв'язку зі збільшенням групувальних ознак загальну дисперсію розкладають на більшу кількість залишкових дисперсій, що потребує додаткових обчислювальних операцій.

Етапи двофакторного дисперсійного аналізу:

1. Комбінаційне групування за двома факторними ознаками (А і В). Методика аналізу зв'язку результативної ознаки з двома і більше факторними ознаками за допомогою комбінаційних аналітичних групувань була розглянута у темі 3.

2. Визначення статистичних характеристик результативної ознаки (V) у кожній підгрупі та по сукупності.

3. Обчислення загальної, факторної та залишкової дисперсій за формулами, аналогічними для однофакторного аналізу.

4. Визначення частки окремих дисперсій у загальній дисперсії з метою виявлення загального ступеня впливу факторів А і В на результативну ознаку (його показує факторна дисперсія) та визначення впливу неврахованих факторів (його характеризує залишкова дисперсія). Формули аналогічні формулам в однофакторному дисперсійному аналізі.

5. Виділення у факторній дисперсії окремо частки впливу фактору А, фактору В та сполучення цих факторів.

Ступінь варіації середніх арифметичних результативної ознаки: для всіх градацій:

$$C'_X = n \left(\frac{\Sigma M_X^2}{L_A \times L_B} - M_{\text{заг}}^2 \right),$$

де, М – середнє значення результативної ознаки по підгрупах і по сукупності,

l – кількість виділених груп;
для фактора А:

$$C'_A = n \left(\frac{\Sigma M_A^2}{L_A} - M_{\text{заг}}^2 \right);$$

для фактора В:

$$C'_B = n \left(\frac{\Sigma M_B^2}{L_B} - M_{\text{заг}}^2 \right);$$

для сполучення факторів А і В:

$$C'_{AB} = C_X - C_A - C_B.$$

Для розкладання сумарної дисперсії факторів, що вивчаються, на складові розраховують коригувальний коефіцієнт:

$$K = \frac{C_X}{C'_X}.$$

Дисперсії, зумовлені дією ознак, що вивчаються, та їх сполучення визначають з урахуванням коригувального коефіцієнта:

$$C_A = C'_A \times K;$$

$$C_B = C'_B \times K;$$

$$C_{AB} = C'_{AB} \times K.$$

6. Оцінка вірогідності впливу кожного фактора та взаємодії факторів на результативну ознаку за допомогою F-критерію.

Числа ступенів вільності визначають за формулами:

$$\nu_A = l_A - 1;$$

$$\nu_B = l_B - 1;$$

$$\nu_{AB} = l_A \times l_B;$$

$$\nu_x = \nu_A + \nu_B + \nu_{AB};$$

$$\nu_Z = n - l_A \times l_B.$$

де, l – кількість виділених груп.

Дев'ять визначають за формулами:

$$\sigma_A^2 = \frac{C_A}{\nu_A}; \quad \sigma_B^2 = \frac{C_B}{\nu_B}; \quad \sigma_{AB}^2 = \frac{C_{AB}}{\nu_{AB}};$$

$$\sigma_x^2 = \frac{C_x}{\nu_x}; \quad \sigma_Z^2 = \frac{C_{AB}}{\nu_Z}$$

F-критерії розраховують як відношення:

$$F_A = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_Z^2}; \quad F_B = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_Z^2}; \quad F_{AB} = \frac{\sigma_{AB}^2}{\sigma_Z^2};$$

$$F_x = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_Z^2}.$$

Одержані критерії порівнюють з їх табличними значеннями при порогах імовірності 0,95 і 0,99. Результати аналізу кожного з факторів окремої чи сумарної їх дії вважають вірогідними при тих порогах імовірності, де $F_p > F_T$, невірогідними при $F_p < F_T$.

Розглянемо послідовність розрахунку двофакторного дисперсійного комплексу на прикладі залежності рівня середньої оплати праці (V) працівників 26 підприємств від рівня продуктивності праці (A) та рівня фондоозброєності (вартості основних виробничих засобів у розрахунку на одного працівника) (B).

На першому етапі здійснюють групування працівників за факторними ознаками. При розподілі за рівнем продуктивності праці до групи A_1 включені підприємства з продуктивністю до серединного (медіанного) значення, у нашому прикладі до 50 тис. грн, до групи A_2 – понад 50 тис. грн. При розподілі за рівнем фондоозброєності серединним значенням визначено 70 тис. грн.

Результати групування та розрахункові дані для проведення аналізу наведені у табл. 38.

Таблиця 38

**Вихідні та розрахункові дані
двофакторного дисперсійного комплексу**

Показник	Рівень продуктивності праці, тис. грн				Сума (Σ)
	А ₁ – до 50		А ₂ – понад 50		
	Рівень фондоозброєності працівників				
	В ₁ – до 70 тис. грн	В ₂ – понад 70 тис. грн	В ₁ – до 70 тис. грн	В ₂ – понад 70 тис. грн	
V – середньо- місячна оплата праці одного працівника, тис. грн	21,3; 23,4 26,5; 22,9 22,7; 23,1	22,4; 25,6; 24,2; 23,1; 25,7; 26,3; 25,5	26,4; 27,0; 25,5; 29,1; 28,4; 28,2; 26,7	27,4; 28,5; 30,1; 30,9; 35,6; 26,6	×
ΣV	139,9	172,8	191,3	179,1	683,1
n_x	6	7	7	6	26
$(\Sigma V)^2$	19572,01	29859,84	36595,69	32076,81	×
$h=(\Sigma V)^2/n_x$	3262,00	4265,69	5227,96	5346,13	18101,78
ΣV^2	3276,81	4278,80	5237,71	5398,75	18192,07
$M_x=\Sigma V/n_x$	23,32	24,69	27,33	29,85	×
M_x^2	543,82	609,60	746,93	891,02	2791,37

Як зазначалось вище, М – середнє значення результативної ознаки по підгрупах. Зміна цього показника по підгрупах дозволяє зробити висновки про наявність прямого зв'язку між досліджуваними ознаками – зі збільшенням рівня продуктивності праці зростає її оплата, аналогічно із підвищенням фондоозброєності збільшується оплата праці. Зв'язок між фондоозброєністю та продуктивністю праці також прямий – зі зростанням засобів праці на одного працівника зростає продуктивність його праці.

Наочно побачити взаємозв'язок між досліджуваними показниками можна на графіку зображення впливу факторів на результативну ознаку, побудованому за даними табл. 38 (рис. 9).

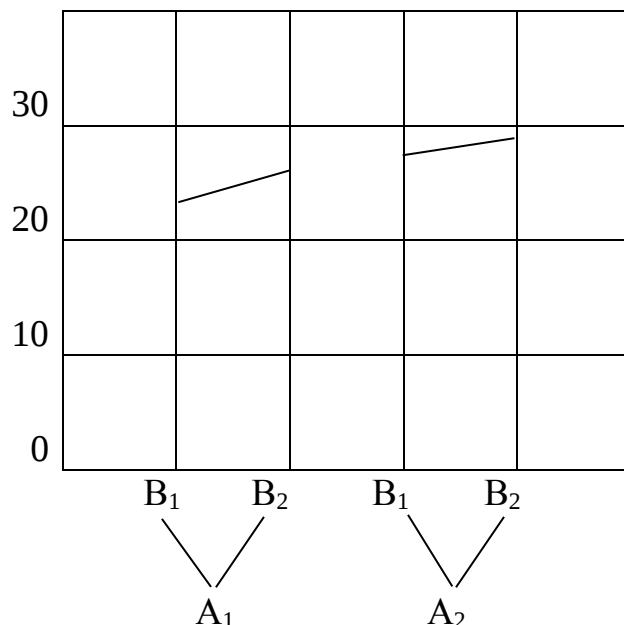


Рис. 9. Графічне зображення впливу факторів та їх сполучень на середнє значення результативної ознаки по підгрупах

За даними табл. 38 значення загальної (C_y), факторної (C_x) та залишкової (C_z) дисперсій становлять:

$$C_y = \Sigma V^2 - \frac{\Sigma(V)^2}{n_x} = 18192,07 - \frac{(683,1)^2}{26} = 244,93;$$

$$C_x = \Sigma h - \frac{\Sigma(V)^2}{n_x} = 18101,78 - \frac{(683,1)^2}{26} = 154,64;$$

$$C_z = \Sigma V^2 - \Sigma h = 18192,07 - 18101,78 = 90,29.$$

Ступінь впливу врахованих (η_x^2) і неврахованих (η_z^2) факторів:

$$\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} = \frac{154,64}{244,93} = 0,631;$$

$$\eta_z^2 = \frac{C_z}{C_y} = \frac{90,29}{244,93} = 0,369.$$

Для розкладання дисперсії сумарної дії на її складові (C_A , C_B , C_{AB}) будемо допоміжну таблицю 39, третій стовпець якої (ΣM_x) розрахований на основі даних табл. 38.

Середня арифметична по градаціях факторів:

$$M_{\text{заг}} = \frac{M_x}{\Sigma L} = \frac{23,32 + 24,69 + 27,33 + 29,85}{4} = \frac{105,19}{4} = 26,30.$$

Таблиця 39

Допоміжні розрахунки двофакторного дисперсійного комплексу

Градація факторів	Число середніх, L	$\sum M_x$	$M_i = \frac{\sum M_x}{L}$	M_i^2
A ₁	2	48,01	24,00	576,00
A ₂	2	57,18	28,59	817,39
Разом	×	105,19	×	$\sum M_A^2 = 1393,39$
B ₁	2	50,65	25,32	641,10
B ₂	2	54,54	27,27	743,65
Разом	×	105,19	×	$\sum M_B^2 = 1384,75$

Ступінь різноманітності середніх значень оплати праці:

для всіх градацій:

$$C'_X = n \left(\frac{\sum M_x^2}{L_A \times L_B} - M_{заг}^2 \right) = 26 \left(\frac{2791,37}{2 \times 2} - 26,3^2 \right) = 159,96;$$

для фактора А:

$$C'_A = n \left(\frac{\sum M_A^2}{L_A} - M_{заг}^2 \right) = 26 \left(\frac{1393,39}{2} - 26,3^2 \right) = 130,13;$$

для фактора В:

$$C'_B = n \left(\frac{\sum M_B^2}{L_B} - M_{заг}^2 \right) = 26 \left(\frac{1384,75}{2} - 26,3^2 \right) = 17,81;$$

для сполучення факторів А і В:

$$C'_{AB} = C_X - C_A - C_B = 159,96 - 130,13 - 17,81 = 12,02.$$

Коригувальний коефіцієнт для розкладання сумарної дисперсії факторів, що вивчаються, на складові:

$$K = \frac{C_X}{C'_X} = \frac{154,64}{159,96} = 0,967.$$

Дисперсії, зумовлені дією ознак, що вивчаються, та їх сполучення складають:

$$C_A = C'_A \times K = 130,13 \times 0,967 = 125,84;$$

$$C_B = C'_B \times K = 17,81 \times 0,967 = 17,22;$$

$$C_{AB} = C'_{AB} \times K = 12,02 \times 0,967 = 11,62.$$

Кінцева структура двофакторного дисперсійного комплексу:

$$C_Y = (C_A + C_B + C_{AB}) + C_Z = 125,84 + 17,22 + 11,62 + 90,29 = 244,97.$$

Ступінь впливу факторів, які вивчаються, на формування варіації результативної ознаки, становить:

– рівень продуктивності праці визначає варіацію оплати праці:

$$\eta_A^2 = \frac{C_A}{C_Y} = \frac{125,84}{244,97} = 0,514 \text{ (51,4\%);}$$

– рівень фондоозброєності визначає варіацію оплати праці:

$$\eta_B^2 = \frac{C_B}{C_Y} = \frac{17,22}{244,97} = 0,070 \text{ (7,0\%);}$$

– взаємодія факторів:

$$\eta_{AB}^2 = \frac{C_{AB}}{C_Y} = \frac{11,62}{244,97} = 0,047 \text{ (4,7\%).}$$

Числа ступенів вільності для розрахунку девіати:

$$\nu_A = l_A - 1 = 2 - 1 = 1; \quad \nu_B = l_B - 1 = 2 - 1 = 1;$$

$$\nu_X = \nu_A + \nu_B + \nu_{AB} = 1 + 1 + 1 = 3; \quad \nu_{AB} = \nu_A \times \nu_B = 1 \times 1 = 1;$$

$$\nu_Z = n - l_A \times l_B = 26 - 2 \times 2 = 22.$$

Девіати:

$$\sigma_A^2 = \frac{C_A}{\nu_A} = \frac{125,84}{1} = 125,84; \quad \sigma_B^2 = \frac{C_B}{\nu_B} = \frac{17,22}{1} = 17,22;$$

$$\sigma_{AB}^2 = \frac{C_{AB}}{\nu_{AB}} = \frac{11,62}{1} = 11,62;$$

$$\sigma_X^2 = \frac{C_X}{\nu_X} = \frac{154,64}{3} = 51,55; \quad \sigma_Z^2 = \frac{C_Z}{\nu_Z} = \frac{90,29}{22} = 4,10$$

Розрахункове значення F-критерію (критерію Фішера):

$$F_A = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_Z^2} = \frac{125,84}{4,10} = 30,69; \quad F_B = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_Z^2} = \frac{17,22}{4,10} = 4,20;$$

$$F_{AB} = \frac{\sigma_{AB}^2}{\sigma_Z^2} = \frac{11,62}{4,10} = 2,83; \quad F_X = \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Z^2} = \frac{51,55}{4,10} = 12,57.$$

Табличними значеннями F-критерію при порозі імовірності 0,95 (додаток В) є: для $\nu_1=1$ $F_T=4,30$, для $\nu_2=3$ $F_T=3,05$.

Одержані значення розрахованих показників дозволяють зробити наступні висновки:

- ступінь впливу досліджуваних показників на рівень оплати праці становить 63,1 %, вплив неврахованих чинників – 36,9 %;
- ступінь впливу фактора А, тобто рівня продуктивності праці, на варіацію оплати праці складає 51,4 %;
- рівень фондоозброєності (фактор В) визначає варіацію оплати праці на 7,0 %;
- у зміні рівня оплати праці частка впливу взаємодії факторів А і В становить 4,7 %.

Оскільки розраховані показники F_A , F_B і F_X перевищують табличні значення, вплив факторів А і В та неврахованих чинників на результативну ознаку є вірогідним з рівнем ймовірності $p=0,95$. Оскільки значення F_{AB} менше за теоретичне, виявлений вплив взаємодії факторів на зміну оплати праці виявився невірогідним, тобто він може бути викликаний впливом випадкових чинників.

Факторні моделі з великою кількістю факторів (трьома і більше) доцільно досліджувати кореляційно-регресійним методом.

7.4. Кореляційно-регресійний аналіз

7.4.1. Загальне поняття кореляційно-регресійного аналізу

Кореляційно-регресійний аналіз – метод дослідження взаємозалежностей у сукупності, визначення ступеня відокремленого і спільного впливу факторів на значення результативної ознаки та кількісної оцінки цього впливу.

Основні завдання кореляційно-регресійного аналізу:

- 1) встановити характер і тісноту зв'язку між досліджуваними явищами;
- 2) визначити та кількісно виміряти ступінь впливу окремих факторів та їх взаємозв'язку на рівень досліджуваного явища;
- 3) спрогнозувати кількісні зміни результативного показника при змодельованих умовах.

Як зазначалось вище, кореляційний зв'язок або кореляція (з лат. «correlation» – відношення) це неповний зв'язок між досліджуваними явищами, при якому зі зміною факторної ознаки змінюються групові середні результативної ознаки.

Кореляційний аналіз вивчає міру зв'язку між змінними, визначає ступінь з якою значення змінних взаємно пропорційні. Це метод

дослідження взаємозалежності ознак у сукупності, які є випадковими величинами з нормальним характером розподілу.

Регресійний аналіз вивчає міру кореляції, її форму та характер зміни результативної ознаки залежно від зміни іншої (чи інших) ознак (факторних).

Рівняння регресії – рівняння, що відображає зміну середньої величини результативної ознаки (y) залежно від зміни факторної (x).

Кореляційні зв'язки можуть бути прямолінійними або криволінійними.

Прямолінійні зв'язки – ті, при яких збільшення факторної ознаки викликає безперечне збільшення (чи зменшення) результативної ознаки у середньому на певну величину. Графічно зображення таких зв'язків максимально наближені до прямої лінії. Прикладом таких зв'язків є залежність між курсом валют та цінами на імпортовані товари: із підвищенням курсу долара до гривні зростають ціни, і чим вище піднімається курс, тим більше зростають витрати споживачів імпортованих товарів.

Криволінійні зв'язки – ті, при яких збільшення факторної ознаки призводить до нерівномірного збільшення (або зменшення) результативної ознаки, або ж зростання її величини змінюється спаданням, а зменшення – збільшенням. Наприклад, продуктивність праці новачка в професії менша, ніж у робітника зі стажем, із збільшенням стажу роботи в середньому зростає продуктивність праці, але підвищувати її тільки шляхом набуття досвіду можна лише до певної межі, далі цей чинник припиняє діяти.

Етапи кореляційно-регресійного аналізу:

1. Математико-логічне моделювання зв'язку (вибір рівняння регресії).

Кореляційне рівняння пов'язує результативну ознаку із факторною у вигляді певної формули. У якості кореляційного рівняння найчастіше використовують функції рівняння прямої лінії

$\bar{y}_x = a_0 + a_1x$; параболі другого порядку $\bar{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$;

гіперболи $\bar{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}$; показникової функції: $\bar{y}_x = a_0 a_1^x$.

2. Знаходження параметрів регресійної моделі (a_0 , a_1 і т.д.), побудова рівняння регресії та його інтерпретація.

На цьому етапі розраховують числові значення параметрів рівняння регресії – a_0, a_1, a_2 .

Невідомі параметри знаходять способом найменших квадратів із системи нормальних рівнянь. Базується цей спосіб на умові щоб сума квадратів відхилень показників y від показників $\bar{y}_x$, обчислених за рівнянням регресії, була найменшою. Спосіб найменших квадратів передбачає що при зображенні в прямокутній системі координат теоретична лінія регресії проходить максимально близько до фактичних даних. Підставляючи до рівняння замість x фактичні значення факторних показників, одержують теоретичні значення результативного показника, суми фактичних і теоретичних значень результативної ознаки повинні збігатися.

Формули для розрахунків параметрів рівняння регресії різняться залежно від виду функції, яку обрано для дослідження зв'язку, і будуть розглянуті у пп. 7.4.2, 7.4.3 та 7.4.4.

Параметри або коефіцієнти регресії вимірюють в тих же одиницях, що й одиниці виміру результативної ознаки.

Параметр a_0 називають вільним членом рівняння регресії. Він дорівнює значенню результативної ознаки при нульовому значенні факторної, тобто якщо $x=0$. Проте, якщо фактичні значення факторних показників не містять нуля, то параметр a_0 має лише розрахункове значення.

Параметр a_1 у лінійному рівнянні регресії визначає середню зміну результативної ознаки y при зміні факторної ознаки x на одиницю її натурального виміру. Наприклад, якщо зв'язок між урожайністю зернових (ц з 1 га) та собівартістю 1 ц зерна (грн) виражений рівнянням $\bar{y}_x = 500 - 20x$, це означає що з підвищенням урожайності на 1 ц/га собівартість 1 ц зерна знижується в середньому на 20 грн.

Результати регресійного аналізу представляють у вигляді графіка, на якому зображують фактичні дані та дані, вирівняні за рівнянням регресії.

3. Обчислення та аналіз коефіцієнту кореляції, який оцінює щільність зв'язку між факторними та результативною ознаками.

Формули для розрахунку коефіцієнту кореляції для одно- й багатофакторного прямолінійного кореляційного зв'язку та інтерпретація його значень наведені у пп. 7.4.2 та 7.4.4.

Значення коефіцієнту кореляції може знаходитися в межах від 0 до ± 1 . За відсутності зв'язку між досліджуваними ознаками значення коефіцієнту наближене до 0. Чим ближче коефіцієнт до 1, тим тісніше зв'язок, ближче до функціонального. Знак при коефіцієнті вказує на напрям зв'язку («+» – прямий; «-» – обернений).

Коефіцієнт детермінації (квадрат коефіцієнта кореляції) – показує, яка частка загальної варіації результативної ознаки зумовлена факторною ознакою. Якщо виразити коефіцієнт детермінації у процентах, він показує на скільки відсотків варіація (коливання) результативної ознаки зумовлена варіацією факторної ознаки. Наприклад, якщо при вивченні зв'язку між якісним параметром продукції та її ціною розрахований коефіцієнт детермінації становить 0,550 – варіація результативного показника (ціна продукції) на 55,0% залежить від впливу факторного показника (показника якості продукції).

4. Оцінка достовірності виявленого зв'язку.

Оскільки на показники, які включені до моделі взаємозв'язку, завжди впливають випадкові фактори, висновки про щільність зв'язку мають імовірнісний характер.

Оцінити рівень вірогідності одержаних параметрів в кореляційно-регресійному аналізі можна за показниками:

а) середня помилка коефіцієнта кореляції:

$$S_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}.$$

Оскільки коефіцієнт кореляції є ключовим в оцінці надійності зв'язку, висновок про його вірогідність може бути поширений на інші параметри кореляційно-регресійної моделі в цілому.

б) критерій Ст'юдента:

$$t = \frac{|r|}{S_r}.$$

Даний критерій названий на честь англійського вченого Уїльяма Сілі Госсета, відомого під псевдонімом Ст'юдент, який розробив методику застосування даного показника.

Госсет працював на пивоварному завод Гіннес в Дубліні, що був передовим підприємством. Вчений застосовував свої знання в області статистики як при варінні пива, так і на полях – для виведення

найбільш врожайного сорту ячменю. Раніше інший дослідник, що також працював на Гіннес, опублікував відомості, які становили комерційну таємницю, і щоб запобігти подальшому розкриттю конфіденційної інформації, роботодавець заборонив своїм працівникам публікацію будь-яких матеріалів. Оскільки Госсет не міг опублікувати свої роботи під своїм ім'ям, він обрав собі псевдонім – Стьюдент.

Якщо критерій Ст'юдента більше за число 3, виявлений взаємозв'язок визнають вірогідним, а коефіцієнт кореляції – не випадковим.

в) критерій Фішера (F-критерій):

$$F_p = \frac{R}{P-1} : \frac{1-R^2}{n-P},$$

де, R – коефіцієнт множинної кореляції;

p – кількість параметрів кореляційного рівняння.

Якщо розрахункові значення F-критерія більше за його табличне значення, коефіцієнт кореляції визнають вірогідним.

7.4.2. Однофакторна прямолінійна кореляція

Однофакторна (парна, проста) кореляція – зв'язок між двома ознаками: факторною та результативною.

При прямолінійному зв'язку для характеристики залежності використовують рівняння прямої лінії.

При однофакторній прямолінійній кореляції зміну середньої величини результативної ознаки (y) залежно від зміни значення факторної ознаки (x) виражають рівнянням прямої лінії:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x,$$

де, $\bar{y}_x$ – середній теоретичний рівень результативного показника при заданому значенні x ;

a_0 – теоретичне значення рівня ряду при $x=0$;

a_1 – коефіцієнт регресії, який показує середній абсолютний приріст (якщо його значення додатне) або зменшення (якщо його значення від'ємне) результативної ознаки (y) при зміні факторної ознаки (x) на одиницю її натурального виміру.

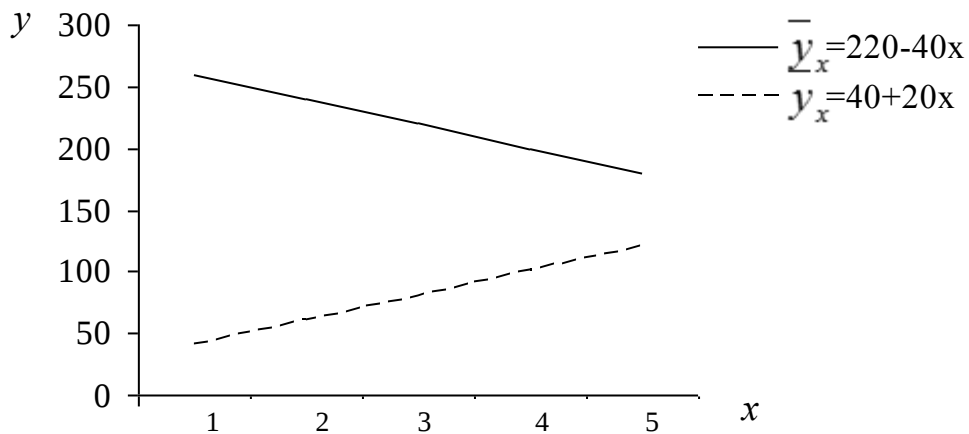


Рис. 10. Приклади графічного зображення
однофакторних прямолінійних зв'язків

При прямолінійному зв'язку збільшення факторної ознаки викликає безперечне збільшення (при прямому зв'язку) чи зменшення (при оберненому зв'язку) результативної ознаки у середньому на певну величину. Так, наприклад, можна виразити залежність між строком використання обладнання та ступенем його придатності: це обернений зв'язок, при якому з кожним роком роботи зростає ступінь зносу обладнання та знижується рівень його придатності до експлуатації.

Невідомі параметри a_0 і a_1 знаходять способом найменших квадратів, для цього за даними спостереження для кожної одиниці сукупності визначають значення факторної ознаки (x) та результативної ознаки (y) та розраховують по сукупності величини $\sum x$; $\sum x^2$; $\sum y$; $\sum xy$.

Для знаходження параметрів прямої лінії використовують систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy. \end{cases}$$

Звідки:

$$a_0 = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2};$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}.$$

Одиниця вимірювання цих коефіцієнтів відповідає одиниці вимірювання результативної ознаки.

Якщо $a_1 > 0$, то зв'язок між факторною та результативною ознаками прямий, якщо $a_1 < 0$ – зв'язок обернений, якщо $a_1 = 0$ – зв'язок відсутній.

Наприклад, за результатами розрахунків залежність між рівнем продуктивності праці (виробництво продукції на одного працівника, грн) та рівнем оплати праці (грн) виражена рівнянням регресії $\bar{y}_x = 10200,00 + 0,20x$, отже збільшення рівня продуктивності праці на одну гривну призводить до збільшення оплати праці в середньому на 0,20 грн.

Тісноту (силу) зв'язку між факторною та результативною ознаками оцінюють за значенням коефіцієнта кореляції.

Коефіцієнт кореляції є показником щільності зв'язку, за лінійної залежності його визначають за формулою:

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2)(n \sum y^2 - (\sum y)^2)}}.$$

Також поширеною є формула коефіцієнта, яку отримують у результаті математичного перетворення вище наведеної формули:

$$r_{yx} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Критерії оцінки коефіцієнту кореляції:

$r = 0$ – зв'язок відсутній;

$r = 0,1-0,3$ – зв'язок слабкий;

$r = 0,3-0,5$ – зв'язок помірний;

$r = 0,5-0,7$ – зв'язок суттєвий (помітний);

$r = 0,7-0,9$ – зв'язок тісний (висока щільність зв'язку);

$r = 1$ – зв'язок функціональний (дуже висока щільність зв'язку).

Коефіцієнт детермінації (r^2), тобто квадрат коефіцієнта кореляції, показує яка частка загальної варіації результативної ознаки визначається факторною ознакою.

Результати розрахунків перевіряють на рівень вірогідності одержаних параметрів за значенням середньої помилки коефіцієнта кореляції та критерієм Ст'юдента.

Розглянемо послідовність кореляційно-регресійного аналізу на прикладі вивчення впливу рівня фондоозброєності (вартість основних

виробничих засобів у розрахунку на одного працівника) на рівень продуктивності праці (вартість виробленої валової продукції одним працівником) у 40 підприємствах.

На першому етапі узагальнюємо вихідну інформацію у табл. 40 (у прикладі наведені дані лише по кількох одиницях сукупності), проводимо розрахунки для визначення сум по показниках x^2 , xy , y^2 .

Таблиця 40

**Вихідні дані та допоміжні розрахунки
кореляційно-регресійного аналізу**

№ підприємства	Факторна ознака (фондо-озброєність, тис. грн)	Результативна ознака (продуктивність праці, тис. грн)	Розрахункові величини			Теоретичне значення результативної ознаки
A	x	y	x^2	xy	y^2	$\bar{y}_x = -4,251 + 0,491x$
1	41,9	17,1	1751,756	715,666	292,380	16,300
2	40,6	17,1	1649,420	694,857	292,725	15,691
3	59,8	23,5	3572,598	1401,894	550,106	25,098
4	33,8	11,6	1139,688	391,926	134,779	12,326
5	31,6	10,0	999,804	315,521	99,573	11,275
6	31,4	11,9	984,308	373,267	141,549	11,154
7	33,8	10,3	1143,774	346,691	105,086	12,355
8	35,7	11,0	1273,062	392,717	121,146	13,269
12	41,5	16,3	1725,200	676,766	265,484	16,144
13	58,2	23,7	3382,784	1381,072	563,844	24,307
...	...	...	...	...	...	...
30	40,7	15,7	1655,930	639,666	247,095	15,730
31	33,3	14,8	1112,117	493,649	219,122	12,124
32	58,5	23,0	3420,669	1346,572	530,088	24,467
33	39,1	11,8	1532,518	462,977	139,866	14,971
34	43,0	22,5	1850,623	968,709	507,071	16,872
35	32,1	12,0	1028,990	386,044	144,832	11,500
36	42,5	17,1	1802,596	725,977	292,380	16,596
37	38,6	17,5	1486,925	675,877	307,217	14,683
38	58,3	23,5	3395,238	1366,653	550,106	24,360
39	30,8	11,1	950,912	343,788	124,292	10,891
40	31,9	10,0	1019,726	318,649	99,573	11,429
Всього	1581,5	606,5	66271,179	25817,448	10217,957	606,511

За даними табл. 40 визначаємо параметри a_0 та a_1 :

$$a_0 = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{66271,179 \times 606,511 - 1581,506 \times 25817,448}{40 \times 66271,179 - 1581,506^2} =$$

$$= \frac{-636249,870}{149685,932} = -4,251;$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{40 \times 25817,448 - 1581,506 \times 606,511}{40 \times 66271,179 - 1581,506^2} =$$

$$= \frac{73497,134}{149685,932} = 0,491.$$

Послідовно підставляючи до рівняння значення x , розраховуємо останню графу табл. 40.

Ступінь тісноти зв'язку між ознаками характеризує коефіцієнт кореляції (r):

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2)(n \sum y^2 - (\sum y)^2)}} =$$

$$= \frac{40 \times 25817,448 - 1581,506 \times 606,511}{\sqrt{(40 \times 66271,179 - 1581,506^2)(40 \times 10217,9 - 606,511^2)}} = \frac{73497,134}{78206,318} = 0,940.$$

Коефіцієнт детермінації становить:

$$r^2 = 0,940^2 = 0,884.$$

Середня помилка коефіцієнта кореляції:

$$S_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}} = \frac{1 - 0,884}{\sqrt{40}} = \frac{0,116}{6,325} = 0,018.$$

Критерій Ст'юдента:

$$t = \frac{|r|}{S_r} = \frac{0,940}{0,018} = 52,222.$$

Отже, у досліджуваній сукупності зв'язок між фондоозброєністю та продуктивністю праці виражає рівняння регресії $\bar{y}_x = -4,251 + 0,491x$. Коефіцієнт регресії свідчить про прямий зв'язок між досліджуваними ознаками, при якому з підвищенням рівня фондоозброєності на одну тисячу гривень, рівень продуктивності праці зростає в середньому на 0,491 тис. грн. Значення коефіцієнта кореляції знаходиться у межах 0,7-0,9, отже зв'язок між досліджуваними ознаками тісний. Коефіцієнт детермінації показує що загальна варіація продуктивності праці на 88,4% визначена рівнем

фондоозброєності. Значення розрахованого критерію Ст'юдента перевищує число 3 й не спростовує наявності і суттєвості зв'язку, отже виявлений зв'язок є не випадковим.

Для полегшення розрахунків кореляційно-регресійного аналізу доречно використовувати спеціальні комп'ютерні програми.

7.4.3. Криволінійна кореляція

Як зазначалося раніше, *при криволінійній формі зв'язку збільшення факторної ознаки призводить до нерівномірного збільшення (або зменшення) результативної ознаки, або ж зростання результативного показника змінюється спаданням, а зменшення – збільшенням.*

Для відображення зв'язку між факторною та результативною ознаками, що перебувають у криволінійній залежності використовують функції параболи, гіперболи, показникової функції тощо.

Для визначення взаємозалежності між ознаками, зв'язок яких передбачає можливість існування оптимальних розмірів явищ, використовують рівняння параболи другого порядку:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2.$$

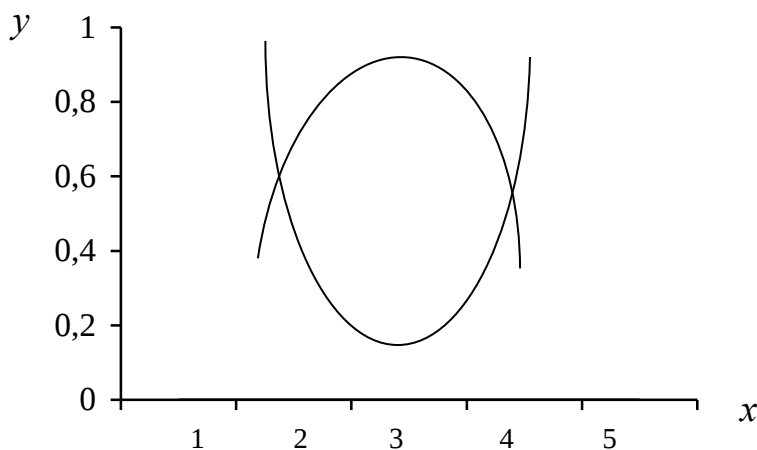


Рис. 11. Приклади графічного зображення зв'язків за допомогою параболи другого порядку $\bar{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$

Якщо в рівнянні величина a_1 виражена від'ємним числом, а a_2 – додатним, то крива змінюватиме напрямок спаду на зростання.

Параболу використовують для визначення зв'язку, в якому можна визначити оптимальні розміри ознак. Наприклад, при

використанні мінеральних добрив є науково обґрунтовані нормативи, внесення яких сприяє підвищенню урожайності сільськогосподарських культур, якщо ж вносити меншу або більшу кількість добрив – це негативно позначиться на урожаї.

Графічно особливість такого типу кривої проявляється у наявності точки перетину (критичної точки), яка характеризує оптимальний розмір величини результативної ознаки, і змінює напрямок свого руху лише один раз.

Для розрахунку параметрів рівняння параболі другого порядку використовують систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y; \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum xy; \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum x^2 y. \end{cases}$$

Оптимальне значення фактору x визначають за формулою:

$$x_{\text{оптим}} = -\frac{a_1}{2a_2}.$$

Розглянемо зміст параметрів параболічного рівняння на прикладі залежності середньодобових надоїв (кг) від віку корів (роки), яка виражена рівнянням $\bar{y}_x = -4,4 + 5,1x - 0,35x^2$. Оптимальне значення віку корови для отримання найбільших надоїв становить:

$$x_{\text{опт}} = -\frac{a_1}{2a_2} = -\frac{5,1}{2(-0,35)} = 7 \text{ років.}$$

Значення коефіцієнту регресії a_1 показує, що з початку технологічного використання корови-первістки та із її наближенням до оптимального віку (7 років) добові надої зростають в середньому на 5,1 кг щорічно. Значення параметру a_2 вказує, що по досягненню коровою 7-річного віку кожного наступного року середньодобові надої зменшуються в середньому на 0,35 кг.

Якщо результативна ознака зі зростанням (зменшенням) факторної ознаки зростає (зменшується) не нескінченно, а прямує до скінченної границі, використовують рівняння гіперболи:

$$\bar{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}.$$

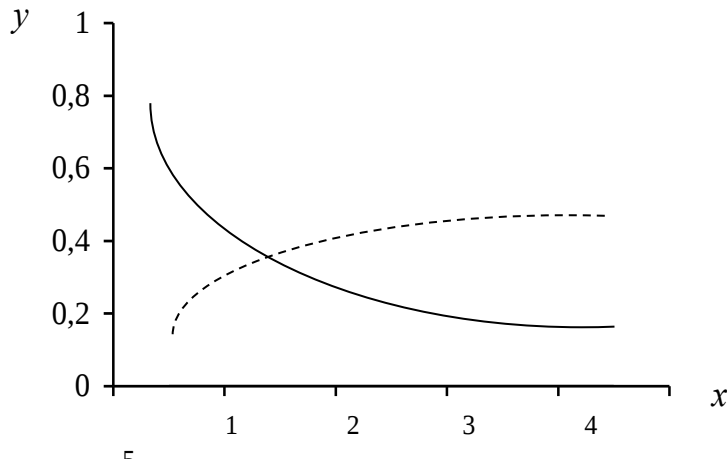


Рис. 12. Приклади графічного зображення зв'язків

за допомогою гіперболи $\bar{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}$

Прикладом гіперболічних зв'язків є вплив кількості витрачених кормів, праці та коштів у розрахунку на одну корову на середньорічні надої молока: якщо збільшити затрати ресурсів на корову, то до певної межі вони будуть сприяти зростанню надоїв. Але є фізіологічні межі молочної продуктивності й перетнути їх шляхом кращого догляду за тваринами неможливо, тобто зі збільшенням затрат надої не будуть зростати (але й не будуть зменшуватись).

Параметри рівняння гіперболи визначають за системою нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum \frac{1}{x} = \sum y; \\ a_1 \sum \frac{1}{x} + a_1 \sum \left(\frac{1}{x} \right)^2 = \sum \frac{1}{x} y. \end{cases}$$

За допомогою гіперболи можна також виразити залежність рівня виробничої собівартості одиниці продукції (y) від кількості виробленої продукції (x), де сума змінних витрат, яка припадає на одиницю продукції, – a_0 , сума постійних витрат – a_1 . До змінних витрат ($ЗВ$) відносять витрати, сума яких безпосередньо залежить від кількості виробленої продукції. Сума постійних витрат ($ПВ$), до яких відносять адміністративні витрати, витрати на збут, амортизацію, не залежить або непрямо залежить від обсягу виробленої продукції. При використанні гіперболічної форми кореляційного зв'язку така залежність має вигляд $\bar{y}_x = ЗВ + \frac{ПВ}{x}$.

Наприклад, якщо рівняння зв'язку має вигляд $\bar{y}_x = 150 + \frac{5000}{x}$, це означає, що прямі витрати на виробництво одиниці продукції становлять в середньому 150 грн. Із збільшенням обсягу виробленої продукції її собівартість в середньому знижується завдяки розподілу загальної суми постійних витрат (5000 грн) на більшу кількість одиниць продукції. Так, при виробництві 100 одиниць, їх собівартість становитиме 200 грн ($150 + 50$), а при виробництві 1000 одиниць – 155 ($150 + 5$) грн.

Якщо значення результативної ознаки залежно від зміни рівня факторної ознаки збільшується або зменшується у геометричній прогресії використовують показникову функцію:

$$\bar{y}_x = a_0 a_1^x,$$

де, Y_x – теоретичний рівень результативного показника;

a_0 – теоретичне значення результативного показника при $x=0$;

a_1 – стабільний коефіцієнт зростання.

Показниковими називають рівняння, в яких невідоме (x) знаходиться в показнику ступеня при сталих основах. Невідомі параметри a_0 та a_1 визначають логарифмуванням, перетворивши показникову функцію в пряму: $Lgy = Lga_0 + xLga_1$.

Система нормальних рівнянь при цьому має вигляд:

$$\begin{cases} n \lg a_0 + \lg a_1 \Sigma x = \lg y; \\ \lg a_0 \Sigma x + \lg a_1 \Sigma x^2 = \lg y \Sigma x. \end{cases}$$

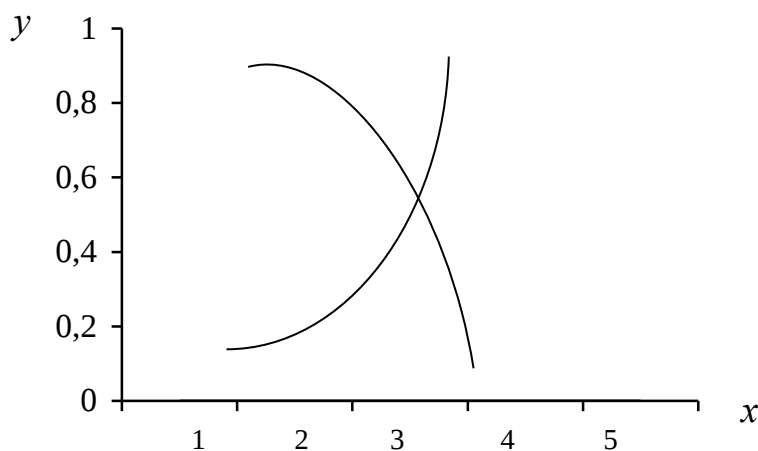


Рис. 13. Приклади графічного зображення зв'язків за допомогою показникової функції $\bar{y}_x = a_0 a_1^x$

У показниковій функції при зниженні рівня факторної ознаки крива поступово наближається до осі абсцис, але ніколи не може перетворитися на нуль, перетнути горизонтальну вісь або стати прямою.

У геометричній прогресії збільшуються, наприклад, витрати виробництва у зв'язку з інфляцією: із підвищенням цін на електроенергію та пально-мастильні матеріали, які використовують не лише безпосередньо у виробничому процесі, але й при виготовленні необхідної сировини та матеріалів.

В економічних дослідженнях зв'язків широко використовують степеневу функцію $\bar{y}_x = a_0 x^{a_1}$.

Практичне використання степеневі функції зумовлене тим, що її параметр a_1 є коефіцієнтом еластичності, що показує на скільки відсотків у середньому зміниться результат, якщо значення факторної ознаки зміниться на 1 %. Отже, степеневу функцію можна використовувати при аналізі впливу зміни ціни на одиницю товару на зміну кількості реалізованого товару.

Тісноту зв'язку між факторною і результативною ознаками в криволінійній кореляції визначають за коефіцієнтом кореляції та перевіряють на вірогідність за допомогою критеріїв Ст'юдента і Фішера.

7.4.4. Множинна кореляція

Вище були розглянуті моделі простої кореляції, тобто кореляційної залежності між двома ознаками. Але практично немає суспільних явищ і процесів, які знаходяться під впливом лише одного чинника, переважна їх більшість формується під впливом комплексу факторів. Проте якщо вивчати ізольований вплив кожного чинника, а потім знайти арифметичну суму цих впливів, характеристики зв'язків між явищами будуть викривлені. Кореляційний зв'язок одночасно між двома, трьома та більше кореляційними ознаками вимірюють за допомогою множинної кореляції.

У моделях множинної кореляції результативну змінну (у) розглядають як функцію кількох (n) незалежних змінних (хі).

Множинне кореляційне рівняння встановлює зв'язок між досліджуваними ознаками та дозволяє розрахувати теоретичні, очікувані значення результативної ознаки під впливом факторів, врахованих у даному рівнянні.

При множинному лінійному зв'язку рівняння регресії має вигляд:

$$\bar{Y}_{x_1 x_2} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n.$$

Лінійне рівняння двофакторного кореляційного зв'язку між результативною ознакою (y) та двома факторними (x_1, x_2) має вигляд:

$$\bar{Y}_{x_1 x_2} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2.$$

Для визначення його параметрів використовують наступну систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 = \sum y \\ a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1 x_2 = \sum y x_1 \\ a_0 \sum x_2 + a_1 \sum x_1 x_2 + a_2 \sum x_2^2 = \sum y x_2 \end{cases}$$

Для оцінки ступеня тісноти зв'язку між результативною і факторними ознаками обчислюють **коефіцієнт множинної кореляції**:

$$R_{y(x_1, x_2)} = \sqrt{\frac{r_{x_1 y}^2 + r_{x_2 y}^2 - 2r_{x_1 y} r_{x_1 x_2} r_{x_2 y}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}},$$

де, $r_{x_1 y}$, $r_{x_2 y}$, $r_{x_1 x_2}$ – парні коефіцієнти кореляції, які характеризують ступінь щільності зв'язку, відповідно, між результативною ознакою y і факторною x_1 , між результативною y і факторною x_2 , між факторними ознаками x_1 та x_2 .

Величина множинного коефіцієнта кореляції завжди додатне число, яке знаходиться в межах від 0 до 1, інтерпретацію його значення здійснюють за шкалою, наведеною у пп. 7.4.2.

Парні коефіцієнти кореляції розраховують за формулами:

$$r_{x_1 y} = \frac{\overline{x_1 y} - \bar{x}_1 \times \bar{y}}{\sigma_{x_1} \sigma_y}; \quad r_{x_2 y} = \frac{\overline{x_2 y} - \bar{x}_2 \times \bar{y}}{\sigma_{x_2} \sigma_y}; \quad r_{x_1 x_2} = \frac{\overline{x_1 x_2} - \bar{x}_1 \times \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}},$$

де, σ_{x_1} , σ_{x_2} , σ_y – середні квадратичні відхилення відповідно для ознак x_1 , x_2 та y (формули для розрахунку наведені у пп. 5.2).

При побудові кореляційних моделей важливо дотримуватись правила – не включати до них групу функціонально залежних факторів. Наприклад, не доцільно вивчати вплив на суму прибутку ставки ПДВ та величини сплаченого ПДВ, оскільки сума сплаченого

податку прямо залежить від встановленої ставки. Тому у подібних випадках, якщо парний коефіцієнт кореляції між двома факторними ознаками перевищує 0,8, то включати до кореляційної моделі доцільно лише один з факторів.

Крім того, у множинному аналізі використовують часткові коефіцієнти кореляції. Необхідність їх застосування викликана потребою у вивченні кореляційного зв'язку між факторними ознаками та запобіганні встановлення так званих «хибних зв'язків». Наприклад, якщо проаналізувати зв'язок між зростом людини та кількістю часу, яку вона витрачає на хатню роботу, як не дивно, можна виявити, що чим вища людина, ти менше часу вона приділяє домашньому господарству. Проте, якщо додати у модель зв'язку ще один параметр – стать, це дозволяє пояснити виявлену залежність: жінки, які в середньому нижчі за чоловіків, дійсно в середньому більше часу працюють по дому. Попре те що між статтю та зростом зв'язок не функціональний, а стохастичний, включати їх одночасно до рівняння регресії недоцільно, оскільки якщо включити до моделі фактор «стать», то фактор «зріст» не буде давати самостійного внеску у формуванні результативного показника.

Отже, часткові коефіцієнти кореляції розраховують для формування висновку про визначення залежності результативної ознаки окремо від впливу кожної з факторних.

Часткові коефіцієнти кореляції:

– для вивчення взаємозв'язку між ознаками x_1 та y (без впливу ознаки x_2)

$$r_{yx_1(x_2)} = \frac{r_{yx_1} - r_{x_1x_2} r_{yx_2}}{\sqrt{(1-r_{x_1x_2}^2)(1-r_{yx_2}^2)}};$$

– для вивчення взаємозв'язку між ознаками x_2 та y (без впливу ознаки x_1)

$$r_{yx_2(x_1)} = \frac{r_{yx_2} - r_{x_1x_2} r_{yx_1}}{\sqrt{(1-r_{x_1x_2}^2)(1-r_{yx_1}^2)}};$$

– для вивчення взаємозв'язку між факторними ознаками x_1 та x_2 (без впливу ознаки результативної ознаки y)

$$r_{x_1x_2(y)} = \frac{r_{x_1x_2} - r_{yx_1} r_{yx_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_1}^2)(1-r_{yx_2}^2)}}.$$

Параметри рівняння регресії обчислюють за формулами:

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}_1 - a_2 \bar{x}_2 ;$$

$$a_1 = \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_1}} \times \frac{r_{x_1 y} - r_{x_2 y} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2} ;$$

$$a_2 = \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_1}} \times \frac{r_{x_2 y} - r_{x_1 y} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2} .$$

Оцінку вірогідності множинного коефіцієнта кореляції (як і кореляційного рівняння в цілому) здійснюють за значенням F-критерію:

$$F_p = \frac{R}{P-1} : \frac{1-R^2}{n-P} ,$$

де, P – кількість параметрів кореляційного рівняння;

n – кількість одиниць сукупності.

Розрахункові значення F-критерію зіставляють з табличними (додатки В, Г). Якщо одержана величина F-критерію більше за табличне значення, коефіцієнт кореляції визнають вірогідним. Аналогічний висновок роблять по параметрах рівняння, коефіцієнтах детермінації та інших характеристиках моделі.

Розглянемо приклад інтерпретації параметрів множинної кореляції при вивченні впливу на рівень рентабельності виробництва продукції (результативний показник) факторів x_1 – фондівіддача (вартість виробленої продукції на одну гривну вартості основних засобів) та x_2 – матеріалівіддача (вартість виробленої продукції на одну гривну вартості витрат спожитих матеріалів).

Вивчення взаємозв'язку між досліджуваними ознаками проведене на сукупності з 100 одиниць спостереження. Розрахунки були здійснені за допомогою спеціалізованої комп'ютерної програми, а їх результати наведені у табл. 41.

Отже, зв'язок між рівнем рентабельності виробництва продукції, фондівіддачею та матеріалівіддачею в досліджуваній сукупності можна виразити рівнянням регресії $\bar{y}_x = -3,427 + 0,554x_1 + 0,412x_2$. Тобто, з підвищенням фондівіддачі на одну гривну рівень рентабельності зростає в середньому на 0,554 %, а з підвищенням матеріалівіддачі він стає більше в середньому на 0,412 %.

Характеристики множинної кореляції впливу факторів на рівень рентабельності виробництва продукції

Statistic	Summary Statistics; DV: Var3 (Spreadsheet1)
	Value
Multiple R	0,939866195
Multiple R ² (r ²)	0,883348464
Adjusted R ²	0,880943278
F(2,97)	367,268208
p	0
Std.Err. of Estimate	1,74746928

N=100	b*	Std. Err. of b*	b	Std. Err. of b	t(97)	p-value
Intercept			-3,42657	0,783979	-4,37075	0,000031
Var1	0,554492	0,075310	0,29455	0,040006	7,36276	0,000000
Var2	0,412312	0,075310	1,19955	0,219103	5,47485	0,000000

Значення усіх коефіцієнтів кореляції знаходяться у межах 0,7-0,9, отже зв'язок між досліджуваними ознаками тісний. Перевірка їх істотності при порозі ймовірності 0,99 підтвердила вірогідність та не випадковість впливу факторів. Загальний коефіцієнт детермінації показує, що загальна варіація рівня рентабельності сформована впливом досліджуваних факторів на 88 %.

Тести

1. До методів вивчення взаємозв'язків не відноситься:

- а) вибірковий метод;
- б) індексний метод;
- в) дисперсійний аналіз;
- г) кореляційно-регресійний аналіз.

2. Як називають зв'язок, при якому значення результативної ознаки змінюється у протилежному напрямі щодо факторної?

- а) прямий;
- б) прямолінійний;
- в) криволінійний;
- г) обернений.

3. Функціональним називають зв'язок, при якому:

- а) кожній зміні факторної ознаки може відповідати декілька різноманітних значень змінної;
- б) зміна факторної ознаки на певну величину викликає зміну результативної ознаки на чітко визначену величину;
- в) значення результативної ознаки змінюється у протилежному напрямі щодо факторної;
- г) система зв'язків між показниками змодельована як рівняння.

4. Як називають моделі взаємозв'язків в яких результативний показник є алгебраїчною сумою кількох факторів?

- а) мультиплікативні;
- б) адитивні;
- в) кратні;
- г) змішані.

5. Моделі взаємозв'язків, в яких результативний показник є добутком кількох факторів, називають:

- а) мультиплікативними;
- б) адитивними;
- в) кратними;
- г) змішаними.

6. Які моделі взаємозв'язків використовують якщо результативний показник є часткою від ділення факторів?

- а) мультиплікативні;
- б) адитивні;
- в) кратні;
- г) змішані.

7. Яка з описаних моделей взаємозв'язків є змішаною:

- а) модель, згідно з якою результативний показник визначають як алгебраїчну суму факторів;
- б) модель, згідно з якою результативний показник визначаються як добуток факторів;
- в) модель, згідно з якою зв'язок показників описується логарифмічною функцією;
- г) модель, згідно з якою результативний показник визначають поєднанням у різних комбінаціях суми, добутку, частки від ділення факторних показників.

8. Що означає поняття «стохастичний зв'язок»?

- а) вид кореляційного зв'язку, який проявляється у динаміці явищ;
- б) форма кореляційного зв'язку згідно з якою результативний показник визначаються як добуток факторів;
- в) тип зв'язку між випадковими величинами, що простежується у статистичних сукупностях;
- г) зв'язок, при якому кожній зміні факторної ознаки може відповідати декілька різноманітних значень змінної.

9. Який зв'язок називають кореляційним?

- а) повний зв'язок між ознаками;
- б) повний зв'язок між двома і більше ознаками;
- в) неповний зв'язок між ознаками, який проявляється при спостереженні масових даних;
- г) неповний зв'язок, виявлений в ході одиничного спостереження.

10. Які з перелічених методів використовують для вивчення стохастичних зв'язків?

- а) аналітичне групування, метод паралельних рядів, кластерний аналіз;
- б) дисперсійний, кореляційно-регресійний, біваріантний аналіз;
- в) індексний метод, спосіб ланцюгових підстановок, спосіб абсолютних різниць, спосіб відносних різниць, інтегральний спосіб, спосіб пропорційного ділення, спосіб часткової участі, логарифмування та інші;
- г) правильні відповіді а і б.

11. Прийоми, що базуються на умовному усуненні впливу всіх одночасно діючих факторів окрім одного, вплив якого вивчають, мають спільну назву:

- а) стохастичні прийоми;
- б) прийоми елімінування;
- в) філософські прийоми;
- г) прийоми ідеалізації.

12. До прийомів елімінування не відносять:

- а) спосіб ланцюгових підстановок;
- б) спосіб абсолютних різниць;
- в) спосіб відносних різниць;
- г) кореляційно-регресійний метод.

13. Спосіб ланцюгових підстановок передбачає обчислення розрахункових показників, які носять назву:

- а) умовні показники.
- б) факторні показники;
- в) фактичні показники;
- г) базисні показники;

14. Основні завдання дисперсійного аналізу:

- а) статистичне спостереження середньої величини ознаки; визначення вибіркової та факторної дисперсії;
- б) визначення вірогідності впливу факторних ознак на результативну ознаку та його довірчі межі (рівень імовірності);
- в) кількісний вимір сили впливу факторних ознак та їх сполучень на результативну ознаку, визначення вірогідності впливу та його довірчі межі (рівень імовірності);
- г) правильна відповідь відсутня.

15. Дисперсійний аналіз базується на правилі складання дисперсій, яке полягає в наступному:

- а) при розподілі сукупності на групи загальна дисперсія дорівнює сумі міжгрупових дисперсій і середньої внутрішньогрупової дисперсії;
- б) при розподілі сукупності на групи загальна дисперсія дорівнює добутку міжгрупових і внутрішньогрупових дисперсій;
- в) у будь-якій статистичній сукупності суми міжгрупових і внутрішньогрупових дисперсій тотожні;
- г) усі відповіді правильні.

16. За якою формулою у дисперсійному аналізі визначають загальну дисперсію:

- а) $C_y = \sum V^2 - \frac{(\sum V)^2}{n}$;
- б) $C_x = \sum h - \frac{(\sum V)^2}{n}$;
- в) $C_z = \sum V^2 - \sum h$;
- г) $\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y}$.

17. Яка формула у дисперсійному аналізі призначена для розрахунку ступеня впливу факторної ознаки на результативну?

$$\text{a) } C_x = \sum h - \frac{(\sum V)^2}{n};$$

$$\text{б) } C_z = \sum V^2 - \sum h;$$

$$\text{в) } \eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y};$$

$$\text{г) } \eta_z^2 = \frac{C_z}{C_y}.$$

18. За якою формулою в однофакторному дисперсійному аналізі визначають ступінь впливу на результативну ознаку чинників, неврахованих у моделі:

$$\text{a) } C_x = \sum h - \frac{(\sum V)^2}{n};$$

$$\text{б) } C_z = \sum V^2 - \sum h;$$

$$\text{в) } \eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y};$$

$$\text{г) } \eta_z^2 = \frac{C_z}{C_y}.$$

19. У дисперсійному аналізі вірогідність впливу факторної ознаки на результативну оцінюють за допомогою:

а) коефіцієнта кореляції;

б) коефіцієнта детермінації

в) критерію Фішера;

г) χ^2 -критерію.

20. Кореляційно-регресійний аналіз це метод дослідження:

а) взаємозалежностей у сукупності, визначення ступеня відокремленого і спільного впливу факторів на значення результативної ознаки та кількісної оцінки цього впливу;

б) визначення вірогідності впливу факторних ознак на результативну ознаку та його довірчі межі (рівень імовірності);

в) статистичне вивчення варіації середньої величини ознаки; визначення вибіркової та факторної дисперсії;

г) взаємозв'язків між атрибутивними ознаками.

21. Регресією в кореляційно-регресійному аналізі називають:

а) коефіцієнт, що показує яка частка загальної варіації результативної

- ознаки зумовлена факторною ознакою;
- б) рівняння, що відображає зміну середньої величини результативної ознаки залежно від зміни факторної;
- в) коефіцієнт, який оцінює щільність зв'язку між факторними та результативною ознаками;
- г) математичне очікування змінної величини, зумовлене впливом випадкових причин.

22. Як називають кореляцію, в якій результативну змінну розглядають як функцію кількох факторних змінних?

- а) прямолінійною;
- б) криволінійною;
- в) простою;
- г) множинною.

23. Коефіцієнт регресії показує:

- а) середній абсолютний приріст (зменшення) результативної ознаки при зміні факторної ознаки на одиницю її натурального виміру;
- б) яка частка загальної варіації результативної ознаки зумовлена факторною ознакою;
- в) щільність зв'язку між факторними та результативною ознаками;
- г) вірогідність встановленого зв'язку.

24. Якщо у рівнянні регресії, що характеризує однофакторний прямолінійний зв'язок, $a_1 > 0$, то зв'язок між факторною та результативною ознаками:

- а) обернений;
- б) прямий;
- в) простий;
- г) відсутній.

25.
$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2)(n \sum y^2 - (\sum y)^2)}} \cdot \text{це формула:}$$

- а) коефіцієнта кореляції;
- б) коефіцієнта детермінації;
- в) критерію Фішера;
- г) критерію Ст'юдента.

26. Для визначення взаємозалежності між ознаками, зв'язок яких передбачає можливість існування оптимальних розмірів явищ, використовують рівняння:

- а) прямої лінії;
- б) гіперболи;
- в) параболи другого порядку;
- г) степеневі функції.

Правильні відповіді: 1 – а; 2 – г; 3 – б; 4 – б; 5 – а; 6 – в; 7 – г; 8 – г; 9 – в; 10 – г; 11 – б; 12 – г; 13 – а; 14 – в; 15 – а; 16 – а; 17 – в; 18 – г; 19 – в; 20 – а; 21 – б; 22 – г; 23 – а; 24 – б; 25 – а; 26 – в.

Практичні завдання

Завдання «Однофакторний дисперсійний аналіз»

Зміст завдання: на основі вихідних даних, результативної та факторної ознаки (додаток М), розрахувати однофакторний дисперсійний комплекс; визначити загальну, факторну та залишкову дисперсії. Обчислити ступінь впливу врахованих та неврахованих факторів на результат, за результатами розрахунків зробити висновки про ступінь впливу факторів на результативну ознаку, вірогідності їх дії.

Порядок виконання

Дисперсійний аналіз – це математико-статистичний метод вивчення результатів спостереження, що залежить від різноманітних одночасно діючих факторів. Вибрати з додатку М одну результативну та одну факторну ознаки по 20 підприємствах району і побудувати табл. 42 вихідних даних.

Таблиця 42

Вихідні дані для застосування дисперсійного комплексу

№ п/п	Факторна ознака (...)	Результативна ознака (...)
...		
20		

Будуємо ранжирований ряд за факторною ознакою та проводимо групування малої сукупності: 25 % – I група, 50 % – II група та 25 % сукупності ранжированого ряду III група. Розподілити результативні ознаки на три групи, відповідно утворених груп факторної ознаки. Результати розподілу занести до таблиці розрахункових даних дисперсійної моделі (табл. 43).

Таблиця 43

Розрахункові дані однофакторного дисперсійного комплексу

Показник	Групи підприємств за рівнем _____			Сума (Σ)
	A ₁ до ...	A ₂ ... – ...	A ₃ понад ...	
V (...) назва результативної ознаки				×
ΣV				
n_x				
$(\Sigma V)^2$				×
$h = \frac{(\Sigma V)^2}{n_x}$				
ΣV^2				

На підставі даних табл. 43 визначити дисперсії:

загальну $C_y = \Sigma V^2 - \frac{(\Sigma V)^2}{n_x}$;

факторну $C_x = \Sigma h - \frac{(\Sigma V)^2}{n_x}$;

залишкову $C_z = \Sigma V^2 - \Sigma h$.

Ступінь впливу факторної ознаки на результативну розраховується співвідношенням: $\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y}$.

Ступінь впливу решти неврахованих факторів: $\eta_z^2 = \frac{C_z}{C_y}$.

Число ступенів вільності варіації складає: $\nu_x = l - 1$; $\nu_z = n - l$,

де, l – кількість виділених груп;
 n – чисельність вибірки.

Девіати дорівнюють: $\sigma_x^2 = \frac{C_x}{\nu_x}$; $\sigma_z^2 = \frac{C_z}{\nu_z}$.

Критерій вірогідності розраховують за формулою: $F_p = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2}$.

Отриманий критерій (F_p) порівняти з табличним його значенням (F_T) при порогах імовірності $p = 0,95$ та $p = 0,99$ (додатки В, Г).

За результатами обчислень обґрунтувати висновки.

Завдання «Кореляційно-регресійний аналіз взаємозв'язку між факторною та результативною ознаками»

Зміст завдання: за вихідними даними (додаток М) про величину факторної та результативної ознак по сукупності підприємств визначити: кореляційне рівняння зв'язку; розрахувати параметри рівняння регресії; визначити показники тісноти зв'язку та критерій його надійності.

Порядок виконання

Кореляційні зв'язки характеризуються тим, що кожному значенню факторної ознаки може відповідати декілька значень результативної ознаки. Кореляційний метод аналізу дозволяє встановити наявність зв'язку, визначити його форму та виміряти тісноту.

Рівняння, що відображає зміну середньої величини результативної ознаки (y) в залежності від факторної (x), називається рівнянням регресії або рівнянням кореляційного зв'язку. Якщо зв'язок між факторною та результативною ознакою близький до прямолінійного, рівняння регресії має вигляд:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x,$$

де, $\bar{y}_x$ – середнє теоретичне значення y при даному значенні x ;

a_0, a_1 – параметри рівняння.

Параметр a_1 (коефіцієнт регресії) визначає середню зміну результативної ознаки y при зміні факторної ознаки x на одиницю її натурального виміру.

Вибрати з додатку М одну результативну та одну факторну ознаки і побудувати табл. 44 вихідних та розрахункових даних.

Таблиця 44

Вихідні та розрахункові дані для обчислення рівняння зв'язку

№ підприємств	Ознаки		Розрахункові величини				Теоретичне значення результативної ознаки
	факторна	результативна					
			x	y	x^2	xy	
1							
2							
...							
30							
Всього							

Параметри a_0 та a_1 визначаються на основі системи нормальних рівнянь за формулами:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy. \end{cases}$$

Звідки: $a_0 = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$;

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} .$$

Після знаходження параметрів рівняння регресії приймає вигляд:

$$\bar{Y}_x = \underline{\hspace{2cm}} .$$

Ступінь тісноти зв'язку характеризується коефіцієнтом кореляції. Для його розрахунку використовують формулу:

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] [n \sum y^2 - (\sum y)^2]}} .$$

Оцінка коефіцієнту кореляції відбувається за такими критеріями:

$r = 0$ – зв'язок відсутній;
 $r = 0,1-0,3$ – зв'язок слабкий;
 $r = 0,3-0,5$ – зв'язок помірний;
 $r = 0,5-0,7$ – зв'язок суттєвий;
 $r = 0,7-0,9$ – зв'язок тісний;
 $r = \text{понад } 0,9$ – зв'язок дуже тісний;
 $r = 1$ – зв'язок функціональний.

Коефіцієнт детермінації визначається як квадрат коефіцієнта кореляції – r^2 .

Структурна формула середньої помилки коефіцієнта кореляції має вигляд: $S_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$.

Критерій надійності коефіцієнта кореляції визначається за формулою: $t_r = \frac{|r|}{S_r}$.

Якщо критерій надійності t_r – перевищує величину 3, коефіцієнт кореляції не є випадковим і не спростовує наявності і суттєвості зв'язку.

За даними обчислень сформулювати висновки.

ТЕМА 8. АНАЛІЗ ДИНАМІКИ

- 8.1. Статистичні ряди динаміки, їх види та правила побудови.
- 8.2. Аналітичні показники рядів динаміки.
- 8.3. Поняття основної тенденції розвитку.
- 8.4. Прийоми аналізу рядів динаміки.
- 8.5. Вимірювання сезонності.

8.1. Статистичні ряди динаміки, їх види та правила побудови

Статистична наука розглядає суспільні явища і процеси не як незмінні, сталі, а як такі, що постійно змінюються, розвиваються. Тобто, як й усі сучасні науки, статистика базується на принципі діалектики. Відповідно, одне з основних завдань статистики – досліджувати зміни явищ і процесів у часі, їх динаміку.

Динаміка – поступовий розвиток і зміна суспільних явищ у часі.

Під час аналізу динаміки явища або процесу виконують наступні завдання:

- вимірюють інтенсивність розвитку;
- виявляють і описують тенденції, закономірності розвитку;
- оцінюють структурні зрушення, сталість і коливання рядів;
- виявляють фактори, що спричиняють зміни.

Ряд динаміки (динамічний, хронологічний або часовий ряд) – ряд розташованих у хронологічному порядку значень показника, які характеризують зміну величини досліджуваного явища у часі.

Приклад ряду динаміки наведений у табл. 45.

Таблиця 45

Середньорічна чисельність працівників ПАТ «Світанок», осіб

Показник	Роки				
	2016	2017	2018	2019	2020
Чисельність працівників (абсолютні рівні ряду)	100	112	109	115	95
Умовні позначення	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4

Ряд динаміки складається з двох елементів:

1) абсолютні рівні ряду (рівні ряду) Y_n – числові значення показника, які характеризують величину (розмір) явища;

2) ознака часу (момент або інтервал), до яких належать рівні ряду.

Ознаками часу можуть бути рік, квартал, місяць, початок місяцю тощо.

Порядковий номер моменту або інтервалу часу позначають підстрочними знаками. Перший показник ряду є початковим рівнем, його позначають U_0 , наступний – U_1 , U_2 і т. д. Останній показник ряду динаміки називають кінцевим або звітним рівнем.

За ознакою часу динамічні ряди поділяють на:

– **моментні** – ряди величин, які характеризують зміни досліджуваних явищ, визначених на певний момент часу (на початок місяця, кварталу, року і т. д.). До таких показників відносяться, наприклад, чисельність працівників на початок року, сума заборгованості підприємства на початок місяця тощо. Сутність показників моментного ряду не дозволяє підсумовувати їх абсолютні рівні, оскільки одержані суми не мають змісту;

– **інтервальні** – ряди величин, які характеризують зміну розмірів досліджуваних явищ за певні періоди часу (добу, тиждень, декаду, місяць, рік тощо). До таких показників відносять, наприклад, обсяг виробленої продукції за зміну, виручку від реалізації за тиждень, прибуток за рік та інші. Динамічний ряд, наведений у табл. 45, також є інтервальним, оскільки характеризує як змінюється чисельність працівників підприємства, визначена в середньому за рік.

В інтервальному ряді абсолютний рівень є кінцевим результатом процесу і залежить від довжини часового інтервалу: чим триваліша довжина періоду, тим більша величина показника. Інколи шляхом додавання рівнів інтервального ряду одержують накопичені підсумки за певний укрупнений період (наприклад, виручка, кількість відпрацьованих людино-годин і т. д.). Таким чином від рівнів за день можна перейти до тижневих, місячних, квартальних і т. д.

Залежно від виду досліджуваних показників ряди динаміки можуть бути представлені абсолютними, відносними або середніми величинами (види величин розглянуті у пп. 4.1).

Вимоги до показників, які входять до динамічного ряду:

1. Всі показники ряду динаміки повинні бути достовірними, точними.

2. Показники повинні бути співставні за змістом, обчислені за єдиною методологією, мати однакову одиницю виміру. Наприклад,

виробництво молока можна вимірювати як в одиницях ваги (кг, ц, т), так і в одиницях об'єму (літри), проте для аналізу зміни обсягів виробництва потрібно обрати єдину одиницю виміру.

3. Показники повинні бути обчислені за однакові періоди часу або на одну дату різних періодів. Наприклад, не можна будувати ряд динаміки за 2015-2020 рр. якщо є інформація за 2015-2019 рр., а у 2020 р. – дані лише за 9 місяців. Крім того, в одному ряду динаміки не можна поєднувати періоди та моменти часу.

4. Показники рядів динаміки повинні бути співставними за колом охоплюваних об'єктів. Так, якщо при дослідженні кількості малих підприємств за 2015 рік взяти дані по усіх зареєстрованих підприємствах, а за 2020 рік – лише по тих, що фактично працюють, то й для 2015 року показник потрібно перерахувати лише по активним суб'єктам.

Отже, всі вимоги до показників ряду динаміки зводяться до того, що рівні ряду вони повинні бути співставні між собою в усьому.

8.2. Аналітичні показники рядів динаміки

Для оцінки тенденцій і закономірностей розвитку суспільних явищ і процесів здійснюють аналіз рядів динаміки з використанням системи статистичних показників, які характеризують напрямок та інтенсивність змін.

В основу обчислення аналітичних показників ряду динаміки покладене порівняння абсолютних рівнів ряду – порівнюваного із базою порівняння. Остання може бути постійною або змінною, відповідно, розрізняють базисний та ланцюговий способи розрахунку аналітичних показників.

Базисні аналітичні показники ряду динаміки визначають шляхом порівняння кожного абсолютного рівня ряду Y_n з постійною базою (як правило з початковим рівнем Y_0). Також можливе базове порівняння із середнім рівнем ряду або з іншим, що має важливе аналітичне значення.

Ланцюгові аналітичні показники ряду динаміки визначають порівнянням кожного рівня ряду Y_n з попереднім (Y_{n-1}).

Наведений методичний підхід до розрахунку ланцюгових і базисних характеристик динаміки зображений на рис. 14.

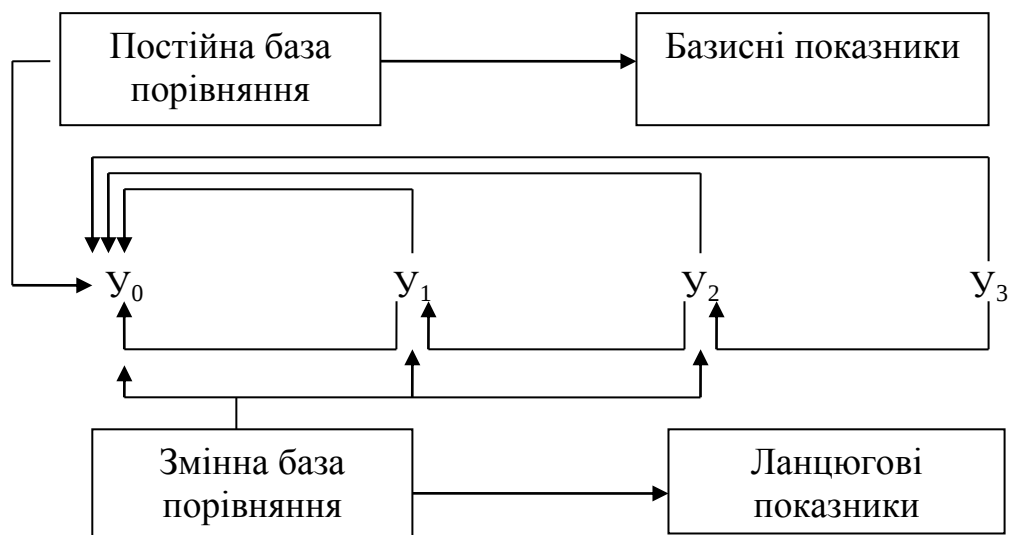


Рис. 14. Способи обчислення аналітичних показників ряду динаміки

Для аналізу рядів динаміки використовують систему взаємопов'язаних показників: абсолютний приріст, коефіцієнт та темп зростання, темп приросту та абсолютне значення 1% приросту. Всі з них, окрім останнього, можуть бути визначені за формулами базисних, ланцюгових та середніх показників.

Аналітичні показники ряду динаміки:

1. Абсолютний приріст (A) – різниця між двома абсолютними рівнями ряду динаміки. Величина абсолютного приросту показує на скільки одиниць (в одиницях вимірювання цього показника) рівень одного періоду більше або менше рівня іншого періоду. Його значення може бути додатною або від'ємною величиною (в такому випадку його називають абсолютним зменшенням).

Абсолютні прирости можуть бути базисними та ланцюговими. При базисному способі обчислення їх визначають як різницю між кожним рівнем ряду та одним, прийнятим за базу порівняння, тобто $A_1 = Y_1 - Y_0$, $A_2 = Y_2 - Y_0$ і т. д.

Базисні абсолютні прирости рівнів ряду динаміки розраховують за формулою:

$$A^B = Y_n - Y_0,$$

де, Y_n – рівень, який порівнюють;

Y_0 – рівень бази порівняння.

При ланцюговому способі обчислення абсолютні прирости розраховують за схемою: $A_1 = Y_1 - Y_0$, $A_2 = Y_2 - Y_1$ і т. д.

Ланцюгові абсолютні прирости рівнів ряду динаміки розраховують за формулою:

$$A^{\text{Л}} = Y_n - Y_{n-1},$$

де, Y_n – рівень, який порівнюють;

Y_{n-1} – попередній рівень.

2. Коефіцієнт зростання (К) – відношення рівня ряду до базисного або попереднього рівня. Він показує у скільки разів рівень даного періоду більше або менше рівня, прийнятого за базу порівняння. За базу порівняння може прийматися або постійний для всіх рівень ряду ($K_1 = \frac{Y_1}{Y_0}$, $K_2 = \frac{Y_2}{Y_0}$ і т. д.) або попередній для кожного наступного ($K_1 = \frac{Y_1}{Y_0}$; $K_2 = \frac{Y_2}{Y_1}$ і т.д.).

Формули для розрахунку:

– базисні коефіцієнти зростання: $K^{\text{Б}} = \frac{Y_n}{Y_0}$,

– ланцюгові коефіцієнти зростання: $K^{\text{Л}} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}}$.

Якщо значення коефіцієнта зростання більше за 1 – він показує у скільки разів показник зріс, якщо менше за 1 – у скільки разів він зменшився.

Вимірювати у коефіцієнтах доцільно суттєві зміни (якщо рівень ряду зріс або скоротився у 2 та більше рази), менші зміни краще допомагають сприймати відсотки.

3. Темп зростання (Тзр) або темп росту – коефіцієнт зростання, виражений у відсотках.

Його визначають множенням коефіцієнта зростання на 100.

Формули для розрахунку:

– базисні темпи зростання: $T_{\text{зр}}^{\text{Б}} = \frac{Y_n}{Y_0} \times 100 = K^{\text{Б}} \times 100$,

– ланцюгові темпи зростання: $T_{\text{зр}}^{\text{Л}} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}} \times 100 = K^{\text{Л}} \times 100$.

4. Темп приросту (Тпр) – відношення абсолютного приросту до базисного або попереднього рівня, виражене у відсотках. Його також можна визначити як різницю між темпом зростання і 100%.

Формули для розрахунку:

– базисні темпи приросту: $T_{\text{ПР}}^B = \frac{A^B}{Y_0} \times 100 = T_{\text{ЗР}}^B - 100$,

– ланцюгові темпи приросту: $T_{\text{ПР}}^L = \frac{A^L}{Y_{n-1}} \times 100 = T_{\text{ЗР}}^L - 100$.

Темп приросту є вимірником відносної швидкості зростання. Він оцінює інтенсивність динаміки рівнів ряду, показує на скільки відсотків абсолютний рівень збільшився або зменшився відносно базисного або попереднього періоду.

5. Абсолютне значення одного проценту приросту (n) – частка від ділення ланцюгового абсолютного приросту на ланцюговий темп приросту. Обчислюють абсолютне значення одного проценту приросту лише ланцюговим способом. Оскільки дана величина є сотою частиною попереднього рівня, її можна розраховувати як відношення попереднього рівня до 100:

$$n = \frac{A^L}{T_{\text{ПР}}^L} = \frac{Y_{n-1}}{100}.$$

Даний показник дає кількісну оцінку в одиницях виміру рівня ряду його приросту або скорочення на один процент.

Показники коефіцієнт зростання, темп зростання, темп приросту та абсолютне значення одного проценту приросту є відносними величинами, тому їх не доцільно визначати якщо абсолютний рівень ряду є відносною величиною, яка виражена у коефіцієнтах або процентах. Ці показники також не розраховують якщо абсолютні рівні ряду визначені різними за значеннями величинами («+»; «-»), наприклад, не варто порівнювати у відносному виразі зміну фінансового результату якщо в одному році був прибуток, а в іншому збиток. Так, якщо за 2019 рік було отримано 100 тис. грн збитку, а за 2020 рік 800 тис. грн прибутку, то за вищенаведеною формулою коефіцієнт зростання становить $800/-100=-8$, проте висновок, що прибуток звітного року в 8 разів більше за збиток базисного позбавлений сенсу та наукової цінності. Ще більш абсурдним є аналіз визначеного темпу приросту $((-8 \times 100) - 100 = -900\%)$: збиток зменшився на 900%, тобто більше ніж на 100%.

Приклад розрахунку розглянутих вище аналітичних показників наведено у табл. 46.

Таблиця 46

**Розрахунок аналітичних показників ряду динаміки
чисельності працівників ПАТ «Світанок», 2016-2020 рр.**

Показники	Умовні позначення, формули	Роки				
		2016	2017	2018	2019	2020
Рівні ряду (середньо-річна чисельність працівників, осіб)	Y	100	112	109	115	95
Абсолютний приріст, осіб: базисний ланцюговий	$A^B = Y_n - Y_0$	×	12	9	15	-5
	$A^L = Y_n - Y_{n-1}$	×	12	-3	6	-20
Коефіцієнт зростання: базисний ланцюговий	$K^B = \frac{Y_n}{Y_0}$	×	1,120	1,090	1,150	0,950
	$K^L = \frac{Y_n}{Y_{n-1}}$	×	1,120	0,973	1,055	0,826
Темп зростання, %: базисний ланцюговий	$T_{3P}^B = K^B \times 100$	×	112,0	109,0	115,0	95,0
	$T_{3P}^L = K^L \times 100$	×	112,0	97,3	105,5	82,6
Темп приросту, %: базисний ланцюговий	$T_{IP}^B = T_{3P}^B - 100$	×	12,0	9,0	15,0	-5,0
	$T_{IP}^L = T_{3P}^L - 100$	×	12,0	-2,7	5,5	-17,4
Абсолютне значення одного проценту приросту, осіб	$n = \frac{Y_{n-1}}{100}$	×	1	1	1	1

Оскільки в досліджуваному ряді динаміки 2016 рік є базисним, аналітичні показники для нього не визначені у зв'язку з відсутністю бази порівняння.

Отже, чисельність працівників ПАТ «Світанок» впродовж 2016-2020 рр. коливалась. У 2017 році у порівнянні з 2016 роком середньорічна чисельність працівників зросла на 12 осіб, що в 1,12 раза або на 12,0 % більше. 2018 року спостерігається зменшення чисельності працівників на 3 особи (2,7 % штату), але у порівнянні з базовим 2016 роком їх кількість все одно була більшою на 9 осіб або

9 %. У 2019 році середньорічна чисельність працівників стала більше проти базового року на 15 осіб (15,0 %), а у порівнянні з попереднім роком на 6 осіб (5,5 %). Найменшою чисельність персоналу була у звітному 2020 році, коли було скорочено 20 осіб, відповідно кількість працівників стала у 0,826 раза або на 17,4 % менше. Звітнього 2020 року абсолютний рівень ряду був меншим за базовий на 5 осіб або 5,0 %. Значення абсолютних процентів приросту за досліджуваний період коливаються несуттєво і становлять близько одиниці, отже приріст на 1 % відповідає збільшенню чисельності працівників на одну людину.

Розглянуті аналітичні показники ряду динаміки можна узагальнити у вигляді середніх величин.

Методика обчислення середніх абсолютних рівнів ряду динаміки залежать від виду динамічного ряду. В інтервальному ряді, рівні якого адитивні (є логіка в знаходженні їх суми), використовують середню арифметичну просту.

Середній рівень інтервального ряду динаміки обчислюють за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n}{n},$$

де, n – кількість рівнів ряду.

Наприклад, для даних, наведених у табл. 46, середньорічна чисельність працівників за п'ять років становить 106 осіб:

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{100 + 112 + 109 + 115 + 95}{5} \approx 106 \text{ осіб.}$$

Оскільки сума рівнів моментного ряду не має змісту, обчислення середнього рівня ґрунтуються на проміжних середніх за часовими інтервалами. В моментних рядах кожен рівень можна розглядати як показник, що відноситься одночасно до початку одного й закінчення іншого періоду. Наприклад, якщо є дані на початок і кінець певного періоду, то середній рівень розраховують як середню арифметичну просту з цих двох показників.

Середній рівень моментного ряду динаміки визначають за формулою середньої хронологічної:

$$\bar{Y} = \frac{\frac{Y_1}{2} + Y_2 + Y_3 + \dots + \frac{Y_n}{2}}{n-1},$$

де, n – кількість рівнів ряду.

Приклад розрахунку середнього рівня моменту ряду динаміки наведений у пп. 4.3.

Звертаємо увагу, що не можна використовувати для одного й того ж ряду динаміки обидві формули (середньої арифметичної та середньої хронологічної), оскільки динамічний ряд не може бути одночасно й інтервальним й моментним.

Середній абсолютний приріст визначають за формулою середньої арифметичної простої з ланцюгових приростів:

$$\bar{A} = \frac{\sum A^n}{n},$$

де, n – кількість ланцюгових абсолютних приростів.

Тобто, середнє значення абсолютного приросту знаходять діленням загального приросту за весь період на кількість ланцюгових абсолютних приростів, яких завжди на один менше, ніж періодів у ряді динаміки. Наприклад, для хронологічного ряду за п'ять років можна визначити лише чотири абсолютні прирости, оскільки для базового року його не розраховують.

Середній абсолютний приріст характеризує абсолютну швидкість динаміки. Він показує на скільки в середньому в абсолютному виразі збільшувався (зменшувався) рівень ряду за досліджуваний період за одиницю інтервалу часу.

Середній коефіцієнт зростання обчислюють за формулою середньої геометричної з ланцюгових коефіцієнтів зростання:

$$\bar{K} = \sqrt[n]{K_1 \times K_2 \times \dots \times K_n},$$

де, n – кількість ланцюгових коефіцієнтів зростання.

Його також можна розрахувати за екстремальними (крайніми) рівнями ряду динаміки:

$$\bar{K} = \sqrt[n]{\frac{Y_n}{Y_0}}.$$

Середній коефіцієнт зростання показує в скільки разів у середньому за досліджуваний період збільшувався (зменшувався) рівень ряду за одиницю інтервалу часу.

Середній темп зростання розраховують як середній коефіцієнт зростання, виражений у відсотках (помножений на 100):

$$\bar{T}_{zp} = \bar{K} \times 100.$$

Середній темп приросту обчислюють як різницю між середнім темпом зростання та 100%:

$$\bar{T}_{\text{ПР}} = \bar{T}_{\text{ЗР}} - 100.$$

Середній темп приросту показує на скільки відсотків в середньому за досліджуваний період збільшувався (зменшувався) рівень ряду за одиницю інтервалу часу.

Для показників, наведених у табл. 46, середні значення аналітичних показників ряду динаміки становлять:

$$\bar{A} = \frac{\sum A^n}{n} = \frac{12 - 3 + 6 - 20}{4} \approx -1 \text{ особа};$$

$$\bar{K} = \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \dots K_n} = \sqrt[4]{1,120 \times 0,973 \times 1,055 \times 0,826} = 0,987;$$

$$\bar{T}_{\text{ЗР}} = \bar{K} \times 100 = 0,987 \times 100 = 98,7\%;$$

$$\bar{T}_{\text{ПР}} = \bar{T}_{\text{ЗР}} - 100 = 98,7 - 100 = -1,3\%.$$

Отже, за аналізований період чисельність працівників підприємства в середньому щорічно зменшувалась на 1 людину або 1,3 %.

8.3. Поняття основної тенденції розвитку

Переважає більшість суспільних явищ та процесів змінюються у динаміці. Ряди динаміки, рівні яких впродовж довгого часу залишаються незмінними, на практиці майже не зустрічаються. Аналізуючи показники ряду динаміки завжди намагаються виявити закономірність розвитку явища, тобто виявити головну тенденцію в зміні рівнів ряду, звільнену від дії випадкових факторів. Статистичний аналіз у цьому випадку спрямований на елімінування (уявне усунення) дії випадкових причин та встановлення характеру дії основних причин, які визначають динаміку досліджуваних явищ.

Тенденція – основний напрямок розвитку, достатньо стійка зміна явища у часі, більш-менш вільна від випадкових коливань.

Загальною тенденцією динаміки може бути тенденція до зростання, зниження або відносної стабільності (незначні коливання) рівнів ряду. У випадках нестабільності рівня явища чи процесу тенденція чітко не проявляється. Водночас, зростання або зменшення рівнів ряду динаміки може здійснюватися з неоднаковою інтенсивністю, отже, завдання аналізу полягає у тому, щоб виявити загальні для всього досліджуваного періоду риси змін.

Основну тенденцію, яка має вигляд більш-менш плавної траєкторії, можна виразити за допомогою певної математичної функції або графічно. У рядах із чітко визначеною тенденцією її аналітично описують за допомогою певної функції:

$$Y_t = f(t),$$

де, $t = 0, 1, 2 \dots n$ – змінна часу,

Y_t – теоретичні рівні ряду.

Тренд (трендове рівняння) – математична функція, яка описує основну тенденцію. Така функція дає узагальнене наочне уявлення про характер динаміки досліджуваного явища.

Тип функції залежить від специфіки динаміки досліджуваного явища: рівномірне, прискорене чи уповільнене зростання або зменшення рівнів ряду. Адекватно обрати форму тренду, як правило, допомагає аналіз ланцюгових аналітичних показників динаміки – абсолютного приросту, коефіцієнта зростання або темпу зростання.

Як приклад розглянемо показники динаміки доходу аграрного підприємства від реалізації окремих культур за 5 років (табл. 47).

Таблиця 47

**Дохід від реалізації сільськогосподарських культур
у ПАТ «Світанок», 2016-2020 рр.**

Роки	Картопля			Цукровий буряк			Ячмінь		
	дохід, млн грн	приріст доходу		дохід, млн грн	приріст доходу		дохід, млн грн	приріст доходу	
		млн грн*	%**		млн грн*	%**		млн грн*	%**
2016	101	-	-	50	-	-	25	-	-
2017	120	19	18,8	70	20	40,0	100	75	300,0
2018	140	20	16,7	99	29	41,4	150	50	50,0
2019	160	20	14,3	140	41	41,4	165	15	10,0
2020	179	19	11,9	196	56	40,0	170	5	3,0

* ланцюговий абсолютний приріст; ** ланцюговий темп приросту.

Дані свідчать про зростання доходів від усіх видів культур, але характер зростання різний. Так, абсолютні прирости доходу від продажу картоплі відносно стабільні (19-20 млн грн), водночас темпи його приросту з часом знижуються (з 18,8 до 11,9 %). Іншу динаміку має дохід від реалізації цукрових буряків: абсолютні прирости тут

щорічно збільшуються, тоді як темпи приросту стабільні на рівні $\approx 40\%$. Доходи від продажу ячменю зростають, проте темпи зростання уповільнюються: якщо 2017 року у порівнянні з 2016 р. дохід став більше на 300,0% (у 4,0 рази), то 2020 року у порівнянні з 2019 р. лише на 3,0%.

Графічно виявлені характери динаміки наведені на рис. 15.

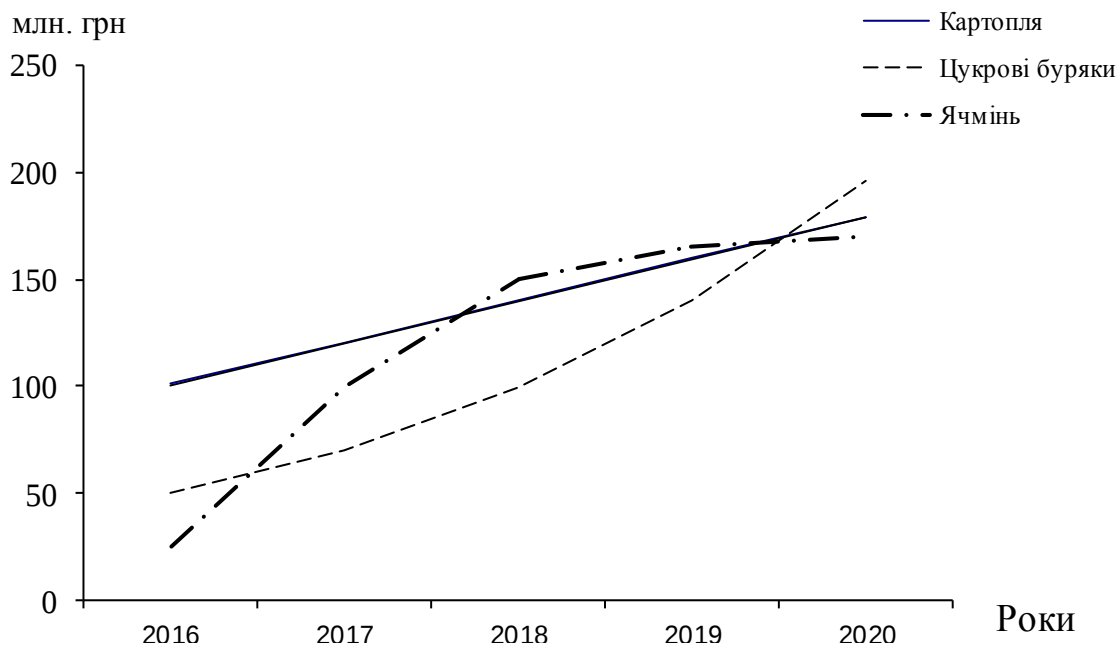


Рис. 15. Дохід від реалізації сільськогосподарських культур у ПАТ «Світанок», 2016-2020 рр.

Для опису тенденції за допомогою тренду найчастіше використовують наступні функції:

1. Рівняння прямої лінії (лінійний тренд):

$$\bar{Y}_t = a_0 + a_1 t,$$

де, $\bar{Y}_t$ – теоретичний рівень;

t – порядковий номер періоду;

a_0 – теоретичне значення рівня ряду при $t=0$;

a_1 – середній абсолютний приріст або зменшення рівнів ряду (характеризує стабільну абсолютну швидкість змін).

Лінійний тренд застосовують якщо ланцюгові абсолютні прирости більш або менш постійні. Тобто, динаміка характеризується більш або менш стабільним абсолютним приростом, а рівні ряду змінюються в арифметичний прогресії.

На рис. 15 найбільш наближена до лінійного тренду лінія, що описує динаміку доходу від реалізації картоплі.

В соціально-економічній сфері лінійним трендом можна описати явища, що показують стабільний прогрес або регрес. Так, наприклад, рівняннями прямої лінії можна зобразити як останніми роками в Україні стабільно зростає середня заробітна плата, збільшується кількість покупок в Інтернеті, скорочується виробництво молока тощо.

2. Показникова функція:

$$\bar{Y}_t = a_0 a_1^t,$$

де, $\bar{Y}_t$ – теоретичний рівень;

t – порядковий номер періоду;

a_0 – теоретичне значення рівня ряду при $t=0$;

a_1 – стабільний коефіцієнт зростання рівнів ряду.

Показникову функцію використовують якщо ланцюгові коефіцієнти та темпи зростання більш або менш стабільні, а ланцюгові абсолютні прирости мають загальну тенденцію до збільшення чи зменшення. В таких випадках збільшення або зменшення явища з часом прискорюється, тобто ряд динаміки розвивається у геометричній прогресії.

На рис. 15 прикладом показникової функції є лінія, що описує динаміку доходу від реалізації цукрових буряків.

Також за показниковою функцією можна описати, наприклад, суму коштів, яку отримає вкладник банківського депозиту разом із відсотками. При цьому сума вкладу буде виступати як a_0 , а відсоткова ставка як a_1 : якщо, наприклад, вкласти 2000 € під 5% річних то за 6 років можна отримати $2000 \times 1,050^6 = 2680,19$ €.

3. Гіпербола:

$$\bar{Y}_t = a_0 + \frac{a_1}{t},$$

де умовні позначення відповідають вищенаведеним.

Гіперболу використовують якщо ланцюгові коефіцієнти зростання і, відповідно, темпи приросту зменшуються, тобто приріст або скорочення рівнів ряду із часом уповільнюється. Така функція відповідає характеру динаміки при якому значення рівня ряду спочатку стрімко зростає (чи спадає), а потім ріст (чи скорочення) гальмується.

На рис. 15 наближеною до гіперболи є лінія динаміки доходів від реалізації ячменю.

Прикладом гіперболічної динаміки також є залежність, відома як «Закон гіперболічного зростання чисельності населення Землі», відповідно до якої чисельність населення Землі протягом багатьох тисячоліть й приблизно до 60-х років XX століття збільшувалась відповідно до емпіричної гіперболи демографічного зростання.

4. Парабола другого порядку:

$$\bar{Y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2,$$

де, a_1 – початкова абсолютна швидкість;

a_2 – середнє абсолютне прискорення або уповільнення абсолютного приросту рівнів ряду.

Параболу другого порядку застосовують коли рівні ряду спочатку зростають, а потім зменшуються (або навпаки). При цьому абсолютні прирости змінюються рівномірно і крива динаміки має одну випуклість або один вигин.

Прикладами параболічної динаміки є залежності, пов'язані з процесами зростання та старіння, наприклад урожайність молодого саду в перші роки зростає, але з часом знижується.

5. Парабола третього порядку:

$$\bar{Y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3.$$

Параболу третього порядку застосовують якщо криві тенденції при згладжуванні мають S-образну форму (два вигони).

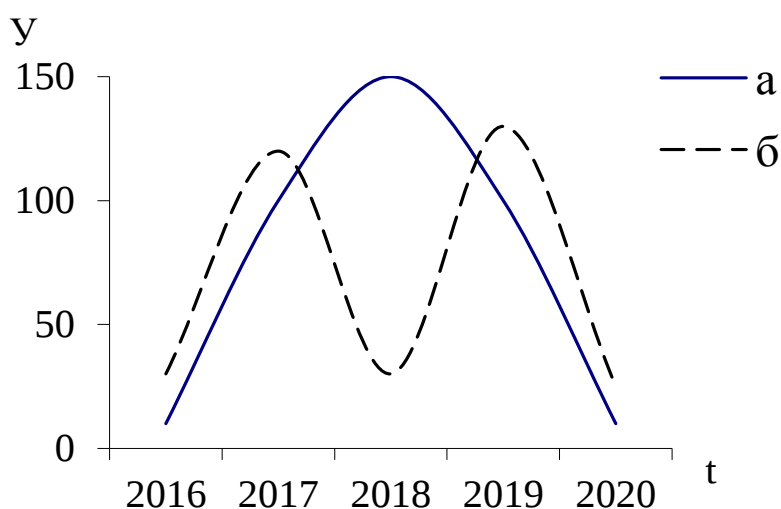


Рис. 16. Приклади графічного зображення тенденції за допомогою параболи другого порядку (а) та параболи третього порядку (б)

Особливий підхід в аналізі тенденцій потребують явища і процеси, в динаміці яких існує певна періодичність змін рівнів ряду, циклічність. Наприклад, циклічним є економічне зростання: доведено, що світовий економічний розвиток періодично проходить фази кризи, депресії (застою), пожвавлення та піднесення. У випадку, коли періодичні коливання динамічного ряду можна представити у вигляді синусоїдальних коливань, аналітичне вирівнювання ряду динаміку здійснюють за допомогою *ряду Фур'є*.

На основі виявленої тенденції можна передбачати динаміку явищ і процесів у майбутньому, тобто прогнозувати їх розвиток.

Екстраполяція – визначення невідомих рівнів за межами ряду, що вивчається, тобто продовження ряду на основі виявленої закономірності. Екстраполяцію можна здійснювати як у минуле, так і у майбутнє. В перспективній екстраполяції виходять з припущення, що виявлена тенденція зберігатиметься й надалі. Для здійснення екстраполяції у рівняння тренду необхідно підставити потрібне значення параметра t згідно з продовженням вихідного ряду динаміки та розрахувати прогнозне значення.

Інтерполяція – процедура знаходження відсутніх рівнів ряду на основі виявленої закономірності. Мета інтерполяції – наближене визначення невідомих рівнів ряду в середині відносно стабільного періоду, у випадку якщо відомі рівні, що знаходяться безпосередньо до та після невідомого.

8.4. Прийоми аналізу рядів динаміки

Якщо виявити загальну тенденцію і характер динаміки за ланцюговими показниками динамічного ряду не вдається, застосовують інші прийоми аналізу рядів динаміки.

Для обробки рядів динаміки з метою вирівнювання коливань та виявлення загальної тенденції застосовують прийоми укрупнення періодів, розрахунку ковзної середньої, аналітичне вирівнювання.

Прийоми аналізу рядів динаміки (методи вирівнювання динамічних рядів):

1. Змикання рядів динаміки – прийом приведення абсолютних рівнів ряду динаміки до порівнянного вигляду. Змикання застосовують у випадках, коли досліджувані рівні за одні періоди непорівнянні з рівнями за інші періоди. Непорівнянність може бути

зумовлена змінами у методиці визначення, територіальними змінами, переходом до інших одиниць виміру тощо.

Щоб побудувати ряд динаміки порівняних показників, необхідно щоб для одного (перехідного) періоду існували дані, визначені за різними методиками (у різних одиницях виміру тощо). Для кожного періоду визначають темпи зростання відносно перехідного періоду, прийнятого за 100%. У результаті одержують ряди відносних величин з однаковою базою порівняння, які можна замінити одним зімкненим рядом динаміки. За даними такого ряду розраховують коефіцієнти (темпи) зростання до будь-якого року.

У табл. 48 наведений приклад даних щодо виробництва молока у приватних домогосподарствах територіальної громади, до якої 2017 року приєднався ще один населений пункт. Зрозуміло, що у зв'язку зі збільшенням домогосподарств в даному територіальному об'єкті молока стали виробляти більше, проте з даних щодо обсягів виробництва не можна сказати наскільки об'єктивно зросло виробництво за п'ять років.

Таблиця 48

**Змикання ряду динаміки виробництва молока на території
Васильківської ОТГ за 2015-2020 рр.**

Роки	Виробництво молока, тон		2017 р. – 100%		Зімкнений ряд динаміки, %
	до терито- ріальних змін	після територі- альних змін	до терито- ріальних змін	після територі- альних змін	
2015	40		80,0		89,7
2016	45		90,0		96,6
2017	50	60	100,0	100,0	100,0
2018		70		116,7	104,3
2019		75		125,0	106,5
2020		80		133,3	106,5

Щоб побудувати ряд динаміки співставних показників за базу порівняння приймаємо рівень 2017 року, для якого є дані у старих і нових межах ОТГ. Для кожного року визначаємо темп зростання до 2017 р.: для 2015 р. – $40/50 \times 100 = 80,0 \%$; для 2018 р. – $70/60 \times 100 = 116,7 \%$ і т. д. У результаті отримуємо зімкнений ряд динаміки,

згідно з яким виробництво молока 2020 року у порівнянні з 2015 роком збільшилось на 18,7 % ($106,5 : 89,7 = 1,187$). Отже, оскільки зімкнений ряд динамки показує позитивну тенденцію до зростання, збільшення виробництва продукції зумовлене не лише територіальними змінами в ОТГ.

2. Згладжування (вирівнювання) шляхом укрупнення інтервалів – полягає у визначенні середніх показників для збільшених періодів (інтервалів) часу, кожен із яких включає декілька періодів – триріччя, п'ятиріччя чи інші.

Це найпростіший спосіб виявлення закономірності зміни рівнів динаміки. Середня величина вирівнює коливання, викликані випадковими причинами, як результат – тенденція проявляється чіткіше.

Приклад укрупнення інтервалів наведений у табл. 49.

Таблиця 49

**Динаміка вартості майна ПАТ «Світанок»,
млн грн, 2012-2020 рр.**

Роки	Рівень ряду	Триріччя	Рівень ряду		Приріст середнього рівня
			сума за 3 роки	середня за рік	
2012	385,1				
2013	376,5	2012-2014	1152,3	384,1	-
2014	390,7				
2015	408,6				
2016	427,3	2015-2017	1262,0	420,7	+36,6
2017	426,1				
2018	460,3				
2019	472,6	2018-2020	1443,5	481,2	+60,5
2020	510,6				

За даними таблиці спостерігається позитивна динаміка зростання вартості майна прискореними темпами (приріст збільшився з 36,6 до 60,5 млн грн).

3. Згладжування шляхом ковзної середньої – полягає у заміні рівнів ряду на середні по укрупнених інтервалах, кожен наступний інтервал утворюють з попереднього поступовим зміщенням на один рівень.

В основі цього прийому також лежить укрупнення періодів із визначенням середнього рівня. Середній рівень обчислюють спочатку з певного числа перших рівнів ряду, потім з такої ж кількості рівнів починаючи з другого, далі – починаючи з третього і т. д. Кожну ланку ковзної середньої центрують, тобто умовно відносять (записують у таблиці) до середини відповідного періоду. Обчислені таким чином середні рівні ніби ковзають по ряду динаміки від його початку до кінця, при цьому щоразу відкидається один рівень спочатку та додається наступний. Звідси назва методу – «ковзна (рухома, плинна, східчаста) середня».

Згладжування вказаним способом можна здійснювати за будь-яким числом членів ряду. При цьому чим довший період, за який обчислюють ковзні середні, тим сильніше буде змінено ряд. Як правило, утворюють інтервали з непарними періодами (3, 5, 7 років). Якщо у якості інтервалу взяти парне число рівнів ряду, то середина періоду не буде збігатися з жодним вихідним періодом або датою. У такому випадку одержані ланки ковзної середньої центрують шляхом розрахунку на їх основі двочленних ковзних середніх.

Якщо у динамічному ряду спостерігаються періодичні коливання, треба утворювати збільшений інтервал, який дорівнює періоду коливання. Такий інтервал згладжує випадкові коливання, але не відображає зміни рівнів всередині збільшеного інтервалу.

Приклад розрахунку ковзної середньої наведений у табл. 50.

Таблиця 50

**Розрахунок ковзної середньої (трирічної) прибутку
ПАТ «Світанок», млн грн, 2016-2020 рр.**

Рік	Рівень ряду	Триріччя	Рівень ряду		Приріст середнього рівня
			сума за 3 роки	середня за рік	
2016	78,3				
2017	80,7	2016-2018	241,6	80,5	×
2018	82,6	2017-2019	241,6	80,5	-
2019	78,3	2018-2020	234,2	78,1	-2,4
2020	73,3				

За результатами розрахунку ковзної середньої можна виявити два періоди у динаміці прибутку: перший – з 2016 по 2019 рік, коли він

був стабільним (80,5 млн грн), другий – починаючи з 2019 р., коли він скорочувався в середньому на 2,4 млн грн щорічно.

4. Аналітичне вирівнювання рядів динаміки – проводять за допомогою математичної формули, яка відображає загальну тенденцію ряду динаміки. При використанні даного прийому рівні ряду розглядають як функцію часу, а завданнями є визначення виду функції (тобто математичний вираз закономірності), знаходження її параметрів за вихідними даними та розрахунок за визначеною формулою теоретичних рівнів.

Етапи аналітичного вирівнювання:

- 1) виявлення характеру динаміки явища впродовж певного періоду;
- 2) вибір аналітичного рівняння (пряма, парабола, гіпербола тощо), яке відповідає характеру динаміки;
- 3) визначення параметрів аналітичного рівняння способом найменших квадратів, запис рівняння тренду;
- 4) розрахунок вирівняних (теоретичних) рівнів ряду Y_t за рівнянням тренду.

Перші два етапи слід проводити з урахуванням рекомендацій щодо опису тенденції за допомогою тренду, наведених у пп. 8.3.

При визначенні параметрів трендового рівняння виходять із вимоги: сума квадратів відхилень фактичних рівнів динаміки від вирівняних (теоретичних) рівнів ряду повинна бути мінімальною.

При лінійному вирівнюванні система нормальних рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum Y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum tY \end{cases}.$$

Якщо початок відліку часу перенести в середину ряду, тобто при $t=0$, то параметри a_0 та a_1 можна розрахувати за формулами:

$$a_0 = \frac{\sum Y}{n};$$
$$a_1 = \frac{\sum tY}{\sum t^2}.$$

Послідовно підставляючи до рівняння значення t , одержують вирівняний ряд динаміки, який абстрагований від випадкових коливань. Правильність розрахунків підтверджує наступна рівність:

сума теоретичних рівнів показника повинна дорівнювати сумі фактичних рівнів показника.

За необхідності можна екстраполювати (подовжити на майбутні періоди) ряд динаміки, підставляючи до рівняння тренду замість параметра t числові значення наступних за звітним періодів.

Приклад вирівнювання ряду динаміки за рівнянням прямої ліній наведений у табл. 51.

Таблиця 51

Вихідні та розрахункові дані для вирівнювання суми прибутку ПАТ «Світанок» (млн грн) за рівнянням прямої

Роки	Порядковий номер року	Фактичний рівень показника	Розрахункові величини			Теоретичний рівень показника
n	t	Y	tY	t^2	a_1t	$Y_t = a_0 + a_1t$
2016	-2	78,3	-156,6	4	2,48	81,1
2017	-1	80,7	-80,7	1	1,24	79,9
2018	0	82,6	0	0	0	78,6
2019	1	78,3	78,3	1	-1,24	77,4
2020	2	73,3	146,6	4	-2,48	76,2
Разом	0	393,2	-12,4	10	×	393,2

За даними таблиці параметри рівняння становлять:

$$a_0 = \frac{\sum Y}{n} = \frac{393,2}{5} = 78,64;$$

$$a_1 = \frac{\sum tY}{\sum t^2} = \frac{-12,4}{10} = -1,24.$$

За результатами аналітичного вирівнювання динаміку досліджуваного показника за 2016-2020 рр. можна описати рівнянням прямої лінії $\bar{Y}_t = 78,64 - 1,24t$. Отже, в середньому за п'ять років рівень прибутку становив 78,6 млн грн та щороку зменшувався на 1,24 млн грн.

Якщо підставити до одержаного рівняння замість t число 3 можна спрогнозувати значення прибутку на 2021 р. – 74,9 млн грн.

Графічне зображення виявленої тенденції наведено на рис. 17.

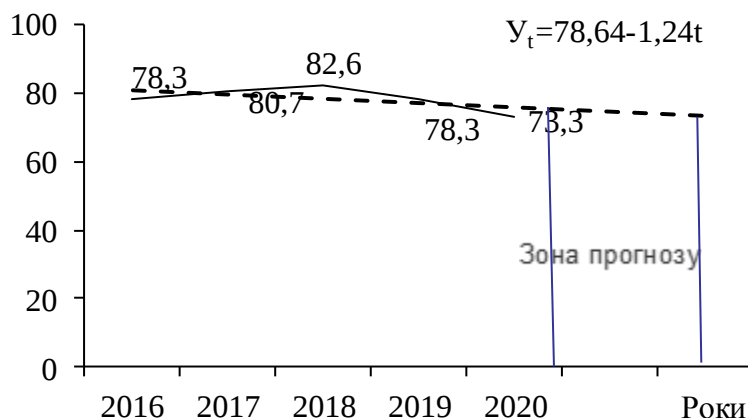


Рис. 17. Динаміка прибутку ПАТ «Світанок», млн грн

Аналогічно здійснюють вирівнювання рядів динаміки за іншими типами функцій (показова, парабола, гіпербола тощо).

8.5. Вимірювання сезонності

Різновидом циклічної тенденції рядів динаміки є сезонні коливання, тобто більш-менш сталі внутрішньорічні коливання за місяцями чи кварталами. Багато суспільних явищ зумовлені впливом пори року, мають сезонний характер: рівень явища у певні місяці зростає, а в інші – знижується. Наприклад, впродовж року різняться обсяги виробництва сільськогосподарської продукції та ціни на неї, сезонним є використання праці робітників галузі тощо.

Сезонні коливання – коливання рядів динамічного ряду впродовж року, які мають періодичний характер.

При вивченні сезонності найчастіше за рівень ряду приймають місяці, рідше – квартали або декади. Порівняти інтенсивність сезонності в різні роки дозволяють статистичні показники.

Для вивчення сезонних коливань використовують показники:

1) розмах варіації:

$$R = Y_{\max} - Y_{\min}.$$

де, $Y_{\max}$ – максимальний рівень ряду;

$Y_{\min}$ – мінімальний рівень ряду.

Розмах варіації показує амплітуду коливань рівнів ряду динаміки між найвищим та найнижчим значеннями. Цей показник, як і наступні – середнє лінійне та середнє квадратичне відхилення, є показником варіації, які були розглянуті у пп. 5.2.

2) середнє лінійне відхилення (просте):

$$d = \frac{\sum |Y_n - \bar{Y}|}{n},$$

де, Y_n – рівень кожного місяця (або іншого проміжку періоду);
 $\bar{Y}$ – середньорічний рівень (або середній рівень за період);
 n – кількість місяців (або проміжків періоду).

3) середнє квадратичне відхилення (просте):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (Y_n - \bar{Y})^2}{n}},$$

де умовні позначення відповідають вищенаведеним.

4) коефіцієнт (індекс) сезонності – відношення показника за кожний період року до середнього показника за рік:

$$K_c = \frac{Y_n}{\bar{Y}},$$

де умовні позначення відповідають вищенаведеним.

Приклад розрахунку коефіцієнтів сезонності надходження доходу від надання послуг наведений у табл. 52.

Таблиця 52

Динаміка доходу від надання послуг ПАТ «Світанок», 2020 р.

Показник	Місяці року												Всього
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Дохід, тис. грн	44	45	51	61	71	65	63	75	71	63	45	42	696
Коефіцієнт сезонності	0,759	0,776	0,879	1,052	1,224	1,121	1,086	1,293	1,224	1,086	0,776	0,724	×

За даними табл. 52 середньомісячний рівень доходу становить:

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{696}{12} = 58 \text{ тис. грн.}$$

Коефіцієнти сезонності розраховані як відношення рівня кожного місяцю до середньомісячного доходу: для січня $44 / 58 = 0,759$ і т. д.

Сукупність коефіцієнтів сезонності утворює сезонну хвилю.

Оскільки сезонні коливання з року в рік не є незмінними, для отримання більш достовірної та об'єктивної сезонної хвилі використовують укрупнені місячні рівні за кілька років або середні арифметичні індекси сезонності за кілька років. При використанні цього способу спочатку для кожного місяця обчислюють середні показники

за кілька років (частіше триріччя), потім знаходять відношення середніх для кожного місяця до загального середнього рівня, тобто:

$$K_c = \frac{\bar{Y}_n}{\bar{Y}},$$

де, $\bar{Y}_n$ – середня для кожного місяця за 3 роки;

$\bar{Y}$ – загальний середній рівень за 3 роки.

Для визначення загальної тенденції сезонності обчислюють **середній (середньорічний) коефіцієнт сезонності**:

$$\bar{K}_c = \frac{d}{\bar{Y}},$$

де, d – середнє лінійне відхилення;

$\bar{Y}$ – середньорічний рівень ряду.

Чим ближчий коефіцієнт сезонності до 1, тим менше інтенсивність сезонності, тим ритмічніше явище.

Сезонність зображують у вигляді радіальної діаграми (рис. 18).

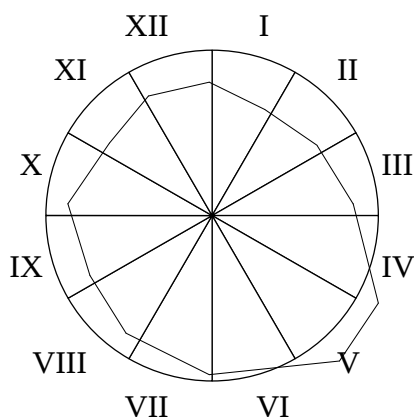


Рис. 18. Радіальна діаграма доходу від надання послуг ПАТ «Світанок», 2020 р.

При побудові радіальних діаграм початком відліку (полюсом) може бути центр або окружність. За полюс приймають центр кола, коло поділяють на стільки частин скільки періодів має досліджуваний період (наприклад, якщо досліджується помісячна сезонність виділяють 12 частин) і відкладають відповідні радіуси (у даному випадку – 12). Періоди розміщують за годинниковою стрілкою і на кожному радіусі від центра кола у масштабному співвідношенні відкладають відрізки, пропорційні рівням ряду. Кінці відрізків на радіусах з'єднують, у результаті отримують концентричну ламану лінію.

Тести

1. Ряд розташований у хронологічному порядку значень показника, що характеризують зміну величини явища у часі, це:

- а) статистичні дані;
- б) ряд динаміки;
- в) варіаційний ряд;
- г) атрибутивний ряд.

2. Яку вимогу не висувають до абсолютних рівнів ряду динаміки?

- а) вірогідність, точність, наукова обґрунтованість;
- б) порівнянність за змістом;
- в) порівнянність за територією;
- г) порівнянність моментних і інтервальних рядів.

3. До якого виду рядів динаміки відносять ряди величин, які характеризують зміни досліджуваних явищ, визначених на певний момент часу?

- а) інтервальні;
- б) часові;
- в) моментні;
- г) ряди динаміки відносних або середніх величин.

4. Ряди величин, які характеризують зміни досліджуваних явищ, визначених за певні періоди часу, це:

- а) інтервальні ряди динаміки;
- б) часові ряди динаміки;
- в) моментні ряди динаміки;
- г) ряди динаміки відносних або середніх величин.

5. До якого виду рядів динаміки відноситься ряд, що характеризує дохід підприємства за кожен день місяця?

- а) моментні;
- б) інтервальні;
- в) дискретні;
- г) неперервні.

6. До якого виду рядів динаміки відноситься ряд, що характеризує наявність запасів підприємства на початок кожного місяця року?

- а) моментні;

- б) інтервальні;
- в) сезонні;
- г) неперервні.

7. Як називають аналітичні показники ряду динаміки, якщо при їх розрахунку кожний рівень ряду порівнюють із постійною базою (як правило, початковим рівнем)?

- а) попередні;
- б) початкові;
- в) ланцюгові;
- г) базисні.

8. Як називають аналітичні показники ряду динаміки якщо при їх розрахунку кожний рівень ряду порівнюють із попереднім?

- а) базисні;
- б) базові;
- в) ланцюгові;
- г) попередні.

9. Який аналітичний показник ряду динаміки характеризує абсолютну величину зміни рівня ряду у даному періоді у порівнянні з попереднім періодом?

- а) коефіцієнт зростання;
- б) абсолютне значення 1 % приросту;
- в) абсолютний приріст;
- г) темп приросту.

10. Який аналітичний показник ряду динаміки розраховують як відношення рівня ряду даного періоду до рівня базового або попереднього періоду?

- а) коефіцієнт зростання;
- б) коефіцієнт приросту;
- в) абсолютний коефіцієнт;
- г) темп приросту.

11. Який аналітичний показник ряду динаміки розраховують як відношення абсолютного приросту до базисного або попереднього рівня, виражене у відсотках?

- а) коефіцієнт зростання;
- б) абсолютне значення 1 % приросту;

- в) абсолютний приріст;
- г) темп приросту.

12. Який аналітичний показник ряду динаміки показує на скільки відсотків рівень явища більше або менше відносно базисного або попереднього рівня?

- а) коефіцієнт зростання;
- б) абсолютне значення 1% приросту;
- в) абсолютний приріст;
- г) темп приросту.

13. Який аналітичний показник ряду динаміки розраховують лише ланцюговим способом?

- а) коефіцієнт зростання;
- б) абсолютне значення 1 % приросту;
- в) абсолютний приріст;
- г) темп приросту.

14. Який аналітичний показник ряду динаміки розраховують як відношення ланцюгового абсолютного приросту до ланцюгового темпу приросту?

- а) ланцюговий коефіцієнт зростання;
- б) абсолютне значення 1 % приросту;
- в) абсолютний приріст;
- г) темп приросту.

15. За якою формулою середньої слід розрахувати середньорічну вартість майна підприємства якщо відома його вартість на початок кожного місяця?

- а) арифметична;
- б) хронологічна;
- в) гармонійна;
- г) геометрична.

16. За якою формулою середньої слід розрахувати середній прибуток за 5 років якщо є дані про його щорічні показники?

- а) арифметична;
- б) хронологічна;
- в) гармонійна;
- г) геометрична.

17. За якою формулою розраховують середній коефіцієнт зростання?

- а) середньої арифметичної;
- б) середньої хронологічної;
- в) середньої гармонійної;
- г) середньої геометричної.

18. Що може бути загальною тенденцією динаміки?

- а) вплив основних причин, що визначають динаміку явища;
- б) вплив випадкових, другорядних причин на динаміку явища;
- в) тенденція до зростання або зниження рівнів ряду;
- г) тенденція до зростання, стабільності або зниження рівня даного явища.

19. Як називають математичну функцію, яка описує основну тенденцію ряду динаміки?

- а) автоковаріація;
- б) автокореляція;
- в) тренд;
- г) рівняння регресії.

20. Який тип аналітичної функції використовують для вирівнювання ряду динаміки у випадках, коли ланцюгові коефіцієнти зростання (і, відповідно, темпи приросту) зменшуються?

- а) рівняння гіперболи;
- б) рівняння параболи другого порядку;
- в) рівняння параболи третього порядку;
- г) рівняння показникової функції.

21. У чому полягає завдання використання прийомів обробки рядів динаміки?

- а) встановлення дії основних причин, що визначають динаміку явища;
- б) визначення впливу випадкових, другорядних причин на динаміку явища;
- в) елімінування дії випадкових причин та встановлення характеру дії основних причин, що визначають динаміку явища;
- г) прогнозування динаміки.

22. В яких випадках застосовують змикання рядів динаміки?

- а) при непорівнянності рівнів рядів динаміки;
- б) для виявлення закономірності розвитку явища;
- в) для виявлення характеру головної тенденції динаміки;
- г) для виявлення типу загальної тенденції динаміки.

23. Які з перелічених прийомів використовують для вирівнювання ряду динаміки?

- а) згладжування шляхом укрупнення інтервалів, згладжування за допомогою ковзної середньої, аналітичне вирівнювання;
- б) розрахунок аналітичних показників ланцюговим способом;
- в) побудова графіків рядів динаміки та аналітичне вирівнювання;
- г) прийоми вивчення сезонних коливань.

24. У результаті використання якого прийому встановлення тенденції розвитку явища його динаміку описують рівнянням?

- а) побудова математичних функцій динаміки;
- б) аналітичне вирівнювання;
- в) кореляційно-регресійний аналіз;
- г) вирівнювання способом ковзної середньої.

25. Який спосіб не використовують для визначення сезонних коливань?

- а) інтерполяція;
- б) розрахунок показників варіації рядів динаміки;
- в) розрахунок помісячних коефіцієнтів (індексів) сезонності;
- г) розрахунок середньорічного індексу сезонності.

Правильні відповіді: 1 – б; 2 – г; 3 – в; 4 – а; 5 – б; 6 – а; 7 – г; 8 – в; 9 – в; 10 – а; 11 – г; 12 – г; 13 – б; 14 – б; 15 – б; 16 – а; 17 – г; 18 – г; 19 – в; 20 – а; 21 – в; 22 – а; 23 – а; 24 – б; 25 – а.

Практичні завдання

Завдання «Обчислення показників ряду динаміки»

Зміст завдання: за даними про рівень досліджуваного показника (обрати самостійно з додатку) по області, району, підприємству, підприємству за 5 років визначити аналітичні показники ряду динаміки: базисні, ланцюгові та середні.

Порядок виконання

Ряд динаміки – це ряд статистичних чисел, які дають характеристику зміни досліджуваного явища (показників) у часі.

Інтервальні ряди – ряди статистичних величин, які характеризують розміри явищ (показників) за певні періоди часу.

Моментні ряди характеризують розміри певного явища (показника) на визначену дату, момент часу.

Показники ряду динаміки обчислюють двома способами: базисним та ланцюговим.

За даними форм статистичної звітності підприємства за останні п'ять років, про рівень досліджуваного показника, обчислити аналітичні показники ряду динаміки базисним і ланцюговим способами (табл. 53) та розрахувати їх середні значення.

Таблиця 53

Розрахунок аналітичних показників ряду динаміки

Показники	Умовні позначення, формули	Роки				
		20__	20__	20__	20__	20__
А	1	2	3	4	5	6
Рівень ряду ... (назва показника, одиниця виміру)	Y					
Абсолютний приріст: базисний ланцюговий	$A^B = Y_n - Y_0$ $A^L = Y_n - Y_{n-1}$	×				
Коефіцієнт зростання: базисний ланцюговий	$K^B = \frac{Y_n}{Y_0}$ $K^L = \frac{Y_n}{Y_{n-1}}$	×				
Темп зростання, %: базисний ланцюговий	$T_{3P}^B = K^B \times 100$ $T_{3P}^L = K^L \times 100$	×				
Темп приросту, %: базисний ланцюговий	$T_{PP}^B = T_{3P}^B - 100$ $T_{PP}^L = T_{3P}^L - 100$	×				

A	1	2	3	4	5	6
Абсолютне значення одного проценту приросту	$n = \frac{Y_{n-1}}{100}$	×				

За даними табл. 53 проводиться розрахунок середніх значень аналітичних показників ряду динаміки за наступними формулами:

1. Середній рівень інтервального ряду визначається за формулою середньої арифметичної простої з рівнів ряду:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}.$$

Середній рівень показників моментного ряду розраховується за формулою середньої хронологічної:

$$\bar{y} = \frac{0,5Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + 0,5Y_n}{n-1}.$$

2. Середній абсолютний приріст визначається за формулою середньої арифметичної простої з ланцюгових приростів:

$$\bar{A} = \frac{\sum A^{\text{л}}}{n}.$$

3. Середній коефіцієнт зростання визначається за формулою середньої геометричної з ланцюгових коефіцієнтів зростання:

$$\bar{K} = \sqrt[n]{K_1^{\text{л}} \times K_2^{\text{л}} \times \dots \times K_n^{\text{л}}}.$$

4. Середній темп зростання розраховується як:

$$\bar{T}_{\text{зр.}} = \bar{K} \times 100.$$

5. Відповідно середній темп приросту визначають як:

$$\bar{T}_{\text{пр.}} = \bar{T}_{\text{зр.}} - 100.$$

На основі зроблених розрахунків описати зміни досліджуваного показника за п'ять років.

Завдання «Прийоми обробки рядів динаміки та виявлення тенденції розвитку явищ»

Зміст завдання: за даними про рівень досліджуваного показника (обрати самостійно з додатку Н) по області за 5 років провести вивчення загальної тенденції розвитку явища шляхом:

- а) розрахунку ковзної (рухомої) середньої;
- б) аналітичного вирівнювання ряду динаміки.

Порядок виконання

Укрупнення періодів – це визначення середньої рівнів за кілька періодів, кожен з яких включає декілька років.

Спосіб розрахунку ковзної середньої передбачає заміну індивідуальних значень ознаки середніми, які розраховуються на підставі кількох рівнів ряду (табл. 54).

Таблиця 54

Розрахунок ковзної середньої (трьохрічної) динаміки рівня

Рік	Рівень ряду	Трьохріччя	Рівень ряду		Приріст середнього рівня
			сума за 3 роки	середня за рік	
20__					
20__		20__–20__			×
20__		20__–20__			
20__		20__–20__			
20__					

В основі даного прийому лежить укрупнення періодів, кількість періодів зберігається стійким (трьохріччя, п'ятиріччя і т. д.), з поступовим зрушенням на один період (дату) вниз від початкового рівня.

Аналітичне вирівнювання рядів динаміки проводиться за допомогою математичної формули, яка найбільш точно відображає загальну тенденцію ряду динаміки. Найчастіше такою формулою обирають рівняння прямої лінії: $y_t = a_0 + a_1 t$.

При вирівнюванні динамічних рядів за допомогою прямої лінії її параметри прямої визначаються за системою рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum Y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum tY \end{cases}.$$

Звідки:

$$a_0 = \frac{\sum Y}{n}; \quad a_1 = \frac{\sum tY}{\sum t^2}.$$

**Вихідні та розрахункові дані
для вирівнювання ряду динаміки за рівнянням прямої**

Роки	Змінна часу	Фактичний рівень показника	Розрахункові величини			Теоретичний рівень показника
n	t	Y	tY	t^2	a_1t	$Y_t = a_0 + a_1t$
20__	-2					
20__	-1					
20__	0					
20__	1					
20__	2					
Всього	×				×	

Після знаходження параметрів аналітичне рівняння приймає вигляд: $y_t = \underline{\hspace{2cm}}$. На основі проведених розрахунків дати оцінку загальній тенденції.

Завдання «Вивчення сезонності»

Зміст завдання: за даними про чисельність працівників підприємства за два роки провести розрахунки показників сезонності використання трудових ресурсів.

Порядок виконання

Для деяких рядів динаміки характерними є періодичні коливання з різною тривалістю періодів. Якщо періоди коливань мають тривалість один рік, такі коливання називають сезонними.

Сезонні коливання вивчаються шляхом розрахунку наступних показників:

1) коефіцієнта сезонності – відношення показника за кожний місяць до середнього показника за рік. Чим ближчий коефіцієнт сезонності до 1 (або до 100 %), тим ритмічніше проявляється явище;

2) середнього лінійного відхилення: $\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$;

3) середнього коефіцієнта сезонності – відношення середнього лінійного відхилення до середнього показника: $\bar{K} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}}$.

За даними форм звітності підприємства маємо дані про чисельність працівників за кожен місяць (табл. 56).

Таблиця 56

Участь працівників у виробництві

Місяці	Роки					
	Базисний			Звітний		
	чисель- ність працівни- ків, осіб	відхи- лення від серед- нього	коєфі- цієнт сезон- ності	чисель- ність працівни- ків, осіб	відхи- лення від серед- нього	коєфі- цієнт сезон- ності
	x_0	$x_0 - \bar{x}_0$	$\frac{x_0}{\bar{x}_0}$	x_1	$x_1 - \bar{x}_1$	$\frac{x_1}{\bar{x}_1}$
Січень	280			350		
Лютий	290			345		
Березень	320			350		
Квітень	350			420		
Травень	365			421		
Червень	410			429		
Липень	420			525		
Серпень	500			525		
Вересень	470			424		
Жовтень	365			400		
Листопад	350			395		
Грудень	330			367		
Разом / в середньому		×			×	

За даними таблиці визначити:

1) середньорічну чисельність працівників за звітний ($\bar{x}_1$) і базисний ($\bar{x}_0$) роки, за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n};$$

2) середнє лінійне відхилення чисельності працівників за звітний ($\bar{d}_1$) і базисний ($\bar{d}_0$) роки, за формулою:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n};$$

3) середній коефіцієнт (індекс) сезонності чисельність працівників за звітний ($\bar{K}_1$) і базисний ($\bar{K}_0$) роки, за формулою:

$$\bar{K} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}}.$$

На основі проведених розрахунків дати оцінку сезонності використання трудових ресурсів підприємства.

ТЕМА 9. ІНДЕКСНИЙ МЕТОД

- 9.1. Поняття статистичних індексів, індексний метод.
- 9.2. Види індексів.
- 9.3. Базисні та ланцюгові індекси.
- 9.4. Агрегатні індекси.
- 9.5. Середні індекси.
- 9.6. Індекси фіксованого та змінного складу.
- 9.7. Взаємозв'язок індексів.

9.1. Поняття статистичних індексів, індексний метод

У дослідженнях суспільних, особливо соціально-економічних явищ і процесів, широко використовують узагальнюючі відносні показники у вигляді індексів.

Індекс (з лат. «index» – показник) – відносний показник, що зіставляє рівні явищ або процесів в часі, просторі, з планом, нормою чи стандартом.

Оскільки індекс є відносним показником для його обчислення необхідні дані не менше ніж по двох об'єктах, які зіставляють шляхом ділення. Показник, з яким здійснюють порівняння, називають **базисним**.

Відносні зміни явищ у часі характеризують динамічні індекси, у них базисним є показник попереднього періоду. Територіальні індекси показують співвідношення явищ у просторі (між підприємствами, районами, областями, країнами тощо), у них базисним є показник, що належить до певної території. Планові індекси використовують для визначення відносних величин виконання плану, отже базою порівняння є запланований показник.

Індекси показують у скільки разів більше (якщо значення індексу більше за 1) або менше (якщо індекс менше за 1) рівень явища у звітному періоді у порівнянні з базисним, по одному об'єкту у порівнянні з іншим, фактичний відносно планового і т. д.

Індекси також можна виражати у вигляді процентів. Якщо значення індексу не перевищує числа 2, зміну доцільно визначати у відсотках, для цього значення індексу множать на 100 і від отриманого добутку віднімають 100 %. Різниця між чисельником та знаменником індексу показує ефект відхилення – збільшення або зменшення рівня досліджуваного явища в абсолютному виразі.

При побудові економічних індексів використовують стандартні символи-позначення:

i – індивідуальний індекс;

I – загальний індекс;

q – обсяг продукції у натуральному виразі (від лат. «quantitas»);

p – ціна одиниці продукції (від лат. «pretium»);

z – собівартість одиниці продукції;

t – затрати часу на виробництво одиниці продукції (трудомісткість);

w – виробіток на одного працівника (або на одиницю затраченого часу $w=1/t$);

T – загальні затрати часу на виробництво (або реалізацію) продукції, $T = t \times q$;

N – середньооблікова чисельність персоналу та інші.

Біля основи індексу зазначають символ того явища, зміну якого він характеризує. Наприклад, i_p – індивідуальний індекс ціни.

Індексний метод – методологія обчислення і використання системи індексів, що дають можливість зіставити між собою складні показники.

У застосуванні індексного методу є обмеження – його можна використовувати лише при вивченні функціонального (повного) зв'язку між явищами, що перебувають у залежності, яку можна описати мультиплікативною, кратною або змішаною моделлю типу $Y=A(B \cdot C)$. Характеристики таких типів залежності наведені у пп. 7.2.

Індексний метод виконує дві основні функції:

1) синтетична – полягає в поєднанні (агрегуванні) в ціле різнорідних елементів сукупності та отриманні на цій основі узагальнених характеристик динаміки або просторових порівнянь;

2) аналітична – вивчення взаємозв'язків, закономірностей динаміки, впливу факторів на зміну досліджуваного показника.

Завдання індексного методу:

1) **дати характеристику зміни явища в часі.** При цьому індекси виступають у ролі показників динаміки;

2) **охарактеризувати виконання плану, норми, затвердженого стандарту чи виробничого завдання.** Розраховують такі індекси як відносні величини виконання плану;

3) **дати порівняльну характеристику явища в просторі.** Для територіальних співставлень використовують індекси, які за сутністю є відносними величинами порівняння;

4) оцінити вплив окремих факторів на зміну складного явища.

Наприклад, якщо вартість виробленої продукції – це сума добутку кількості різних її видів на відповідні ціни, то зміна вартості продукції знаходиться у функціональній залежності від зміни кількості виробленої продукції та від зміни цін.

9.2. Види індексів

У статистиці використовують цілу систему індексів. В основу їх класифікації покладені різні ознаки: характер об'єкта дослідження, ступінь охоплення одиниць сукупності, метод обчислення, база порівняння тощо.

За базою порівняння індекси поділяють на динамічні, територіальні та планові (нормативні). Методологія побудови різних видів індексів далі буде розглянута на прикладі динамічних індексів.

При побудові індексів за допомогою підрядкової підписної нумерації позначають до якого періоду належать дані. **Базисний показник в динамічних індексах позначають підрядковим знаком «0».** **Звітним (поточним) називають період, який порівнюють з базисним, його позначають підрядковим знаком «1».** Якщо вивчають зміну явища не за два, а за більше періодів, то кожний з них позначають відповідно «0», «1», «2» і т. д. Наприклад, кількість продукції у базисному році позначають q_0 , у першому поточному періоді q_1 , у другому поточному періоді – q_2 і т. д. Аналогічно позначають показники по різних досліджуваних об'єктах (наприклад, площа $S_{\text{Україна}}$ та $S_{\text{Польща}}$), планові та фактичні показники (наприклад, трудомісткість $t_{\text{план}}$ і $t_{\text{факт}}$).

За характером досліджуваних явищ індекси поділяють на індекси об'ємних показників та індекси якісних показників.

Індекси об'ємних показників характеризують зміни обсягу того чи іншого явища або процесу, вираженого кількісним показником. Прикладами таких індексів є індекс фізичного обсягу продукції, індекс роздрібного товарообороту, індекс споживання окремих продуктів тощо.

Індекси якісних показників характеризують зміну якісної ознаки, тобто такої, що відображує особливості розвитку явища або процесу. Наприклад, індекси цін, собівартості продукції, продуктивності праці тощо.

За ступенем охоплення одиниць сукупності виділяють індивідуальні та загальні (зведені) індекси.

Індивідуальні індекси (i) дають порівняльну характеристику окремих елементів сукупності або всієї однорідної сукупності.

Значення індивідуального індексу показує в скільки разів збільшився або зменшився досліджуваний показник.

Приклади індивідуальних індексів:

1) індекс фізичного обсягу продукції $i_q = \frac{q_1}{q_0}$;

2) індекс собівартості продукції $i_z = \frac{z_1}{z_0}$;

3) індекс ціни продукції $i_p = \frac{p_1}{p_0}$;

4) індекс продуктивності праці (трудоий) $i_t = \frac{t_0}{t_1}$.

В індексі продуктивності праці, на відміну від інших індексів, порівнюють базовий рівень зі звітним, а не навпаки. Це пов'язане з тим, що у його формулі порівнюють не рівні продуктивності праці (виробітку), а рівні трудомісткості (показника, оберненого до

виробітку). Наприклад, індекс $i_t = \frac{t_0}{t_1} = \frac{0,80}{0,90} = 0,889$ (-11,1%) означає

що внаслідок збільшення затрат праці на одиницю продукції на 0,10 люд.-год (0,90-0,80) продуктивність праці знизилась на 11,1%.

Загальні індекси характеризують зміну сукупності, до якої входять різнорідні елементи, що не підлягають безпосередньому підсумовуванню.

Такими сукупностями, наприклад, є обсяги виробництва продукції, які складаються з різних її видів. Оскільки ці елементи виражені в натурально-речовій формі, їх не можна безпосередньо підсумовувати (не можна, наприклад, додавати тони молока і тони зерна, або літри бензину і кубічні метри газу). Тому якщо необхідні узагальнені характеристики обсягу продукції використовують співвимірник (співмножник), що має загальну властивість притаманну цим елементам – вартість продукту. Вартість різнорідної продукції (виражену її ціною) можна додавати, визначаючи таким чином загальний обсяг продукції.

Прикладом загального індексу є індекс вартості продукції:

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}.$$

У чисельнику і знаменнику дробу загального індексу є знак суми, що вказує на підсумування окремих елементів сукупності.

Загальні індекси, які характеризують всю сукупність досліджуваних явищ, називають тотальними, індекси, які охоплюють частину одиниць сукупності, називають субіндексами або груповими індексами. Так, індекс виробництва суспільного продукту є загальним індексом, його можна розкласти на групові: субіндекси продукції окремих галузей промисловості, сільського господарства, будівництва тощо.

Показник, зміну якого характеризує загальний індекс, називають індексованою величиною. Пов'язану з нею величину, яку використовують у загальному індексі як постійний співмножник – елімінованою величиною або вагою. У якості ваги можуть виступати ціна, собівартість одиниці продукції, затрати праці на одиницю продукції та інші співмножники.

Залежно від способу побудови загального індексу виділяють:

1) агрегатні індекси – результат співставлення між собою загальних рівнів явища;

2) середні індекси – результат усереднення індивідуальних індексів, які характеризують зміни того чи іншого явища.

Агрегатні індекси є основною формою загальних індексів, а середні з індивідуальних індексів – похідними, їх отримують у результаті перетворення агрегатних індексів. Також визначають індекси середнього рівня – співвідношення середніх величин поточного і базисного періодів. Вибір тієї чи іншої форми індексу залежить від мети дослідження та наявної інформації. Детально ці види індексів будуть розглянуті нижче.

За складом індексованого явища загальні індекси поділяють на індекси фіксованого складу та індекси змінного складу. Наприклад, якщо порівнюють виробничі витрати підприємства, яке два роки виробляло одні й ті ж види продукції, то визначають індекс витрат фіксованого складу. Якщо ж підприємство змінило асортимент для порівняння витрат використовують індекс змінного складу.

Розглянемо приклади загальних індексів на прикладі індексів цін. Індекси цін застосовують у плануванні державної фінансової та соціальної політики, в аналізі та прогнозуванні цінових процесів, у регулюванні курсу національної валюти тощо.

Історично індекси почали застосовуватися саме для вивчення динаміки цін. Перші спроби побудови індексів відносяться до початку XVII ст., коли англійській купець та економіст Томас Ман порівнював вартість товарів в Індії й Туреччині та обґрунтував переваги Англії від торгівлі з Індією. Різниця вартостей трактувалась ним як сума економії від заміни торгового партнера. Проте, ця методика випередила свій час і не набула поширення і визнання.

Упродовж XVII-XX ст. було запропоновано понад 150 формул індексу цін, більшість з яких виявилась непридатною для практичного застосування в зв'язку з надмірним захопленням їх авторів математичним аспектом і недостатнім обґрунтуванням економічного змісту в побудованих моделях.

У 1738 р. французький дослідник Дюто запропонував розраховувати індекс для порівняння цін за часів правління Людовіка XII та Людовіка XIV як просте (незважене) співвідношення сум цін товарів:

$$I_p = \frac{\sum_{j=1}^n p_{j1}}{\sum_{j=1}^n p_{j0}},$$

де, p_{j1} та p_{j0} – ціна J-го товару, відповідно, у звітному та базовому періодах.

Цей індекс простий у розрахунку, але невиправданий з позиції логіки, оскільки економічно недоцільно додавати ціни різних товарів, які до того ж продаються в неоднаковій кількості.

Подібною була й методика обчислення індексу, запропонована у 1764 р. Дж. Карлі. У рамках вивчення купівельної спроможності грошей, спричиненої відкриттям Америки, він досліджував зміну цін на зерно, вино та оливкову олію у 1750 р. порівняно з 1500 р. Формула Карлі являла собою середню арифметичну з індивідуальних індексів цін:

$$I_p = \frac{\sum_{j=1}^n \frac{p_{j1}}{p_{j0}}}{n} = \frac{\sum_{j=1}^n i_{pj}}{n}.$$

Попре спрощений характер незважених індексів, вони широко використовувались у розвинутих країнах у ХІХ ст.

Прорив в індексному аналізі зробили німецькі вчені Етьєн Ласпейрес та Герман Пааше, які вперше запропонували зважену форму індексів. Введення у формулу кількості товарів, як співмножника, дозволило забезпечити економічну обґрунтовану співставність безпосередньо несумірних товарних цін.

У 1871 р. Лайсперес запропонував наступну формулу індексу цін:

$$I_P = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0},$$

де, p_0 – ціна одиниці продукції у базисному періоді;

p_1 – ціна одиниці продукції у звітному періоді (1864 р.);

q – обсяг проданої продукції у натуральному виразі у базисному періоді.

Незважаючи на досить широке застосування індексу Ласпейреса, він має ряд недоліків. Головний з них те, що індекс розраховується за фіксованим набором товарів, який залишається незмінним протягом тривалого часу. Але на практиці структура споживання істотно змінюється порівняно з тією, що була зафіксована у процесі визначення «споживчого кошика».

1874 року Пааше запропонував формулу зваженого агрегатного індексу, в якій обсяги продажів фіксувались на рівні звітного періоду:

$$I_P = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

де, q_1 – обсяг проданої продукції у натуральному виразі у звітному періоді.

Формули Е. Ласпейреса та Г. Пааше відрізняються лише періодом, на рівні якого фіксуються ваги: система Ласпейреса є базисно зваженою, а Пааше – поточно зваженою. Питання зважування є головною теоретичною проблемою індексного методу. Проте, й до теперішнього часу однозначної відповіді щодо пріоритетності базисного або поточного зважування немає.

Індекс споживчих цін і дефлятор ВВП дають різні результати щодо динаміки загального рівня цін: індекс Пааше дещо занижує оцінку інфляційних процесів, а індекс Лайспереса – навпаки завищує. При незначній кореляції між цінами і товарною масою індекси,

розраховані за формулами Пааше і Ласпейреса, практично збігаються. Наразі українська статистика застосовує модифіковану формулу Ласпейреса.

Індекс Ласпейреса застосовують як індекс споживчих цін, а індекс Пааше як дефлятор ВВП.

Індекс споживчих цін Ласпейреса (індекс інфляції) характеризує динаміку загального рівня цін на товари та послуги, які купує населення для невиробничого споживання. Основними групами у «споживчому кошику» є продукти харчування, одяг, житло, транспортні послуги, освіта, книги, медичні послуги, предмети особистої гігієни тощо. Ринковий кошик у багатьох розвинутих країнах охоплює близько 300 найменувань, а в Україні під час обчислення цього показника враховують 240 найменувань.

Між цими двома індексами цін є три основні відмінності:

1. Набір товарів для обчислення дефлятора ВВП містить як споживчі, так і капітальні блага, які купують підприємства та держава. Обчислюючи індекс споживчих цін, враховують лише ціни товарів і послуг, які купують споживачі.

2. При обчисленні дефлятора ВВП враховують лише вітчизняні товари і послуги, в тому числі експортовані (імпортні товари не є частиною ВВП). Але до споживчого кошика також входять імпортні товари, тому в індексі споживчих цін відображається і зміна їх цін.

3. Індекс споживчих цін обчислюють на підставі незмінного набору товарів і послуг, тоді як у випадку обчислення дефлятора ВВП зі зміною структури ВВП змінюється набір товарів і послуг. Дефлятор ВВП точніше враховує реальну структуру особистого і виробничого споживання.

Необхідно зазначити що рівні інфляції прийнято розраховувати за різноманітними секторами реального сектора: індекс споживчих цін, індекс цін на виробничу продукцію, індекс цін на будівельні матеріали, індекс цін на сільськогосподарську продукцію тощо.

9.3. Базисні та ланцюгові індекси

Динамічні індекси залежно від бази порівняння можна визначати базисним і ланцюговим способами. Відповідно, отримують базисні та ланцюгові індекси. Індивідуальні індекси динаміки за своєю сутністю є відносними показниками динаміки.

Базисні індекси динаміки визначають відношенням показника наступного періоду до показника, прийнятого за базу порівняння, ланцюгові – відношенням показника кожного наступного періоду до показника попереднього періоду.

Наприклад:

Базисні індивідуальні індекси цін

$$i_{1/0} = \frac{p_1}{p_0} \quad i_{2/0} = \frac{p_2}{p_0} \quad i_{3/0} = \frac{p_3}{p_0}$$

Ланцюгові індивідуальні індекси цін

$$i_{1/0} = \frac{p_1}{p_0} \quad i_{2/1} = \frac{p_2}{p_1} \quad i_{3/2} = \frac{p_3}{p_2} .$$

Загальні індекси динаміки, визначені за кілька періодів, класифікують за видом показника-ваги на:

1) індекси з постійними вагами – в яких обсяг явища оцінюють за допомогою співмножників, що зафіксовані на одному рівні.

При визначенні індексів показників обсягів продукції її рівень за різні періоди можна оцінити в одних і тих самих цінах, які називають постійними. Наприклад, обсяг продукції визначають у цінах 2010 року (додаток Р) або іншого періоду, взятого за базу порівняння.

Базисні агрегатні індекси фізичного обсягу з постійними вагами

$$I_{1/0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad I_{2/0} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad I_{3/0} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad \text{і т. д.}$$

Ланцюгові агрегатні індекси фізичного обсягу з постійними вагами

$$I_{1/0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad I_{2/1} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0} \quad I_{3/2} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_2 p_0} \quad \text{і т. д.}$$

2) індекси зі змінними вагами – оцінюють обсяг явища за допомогою співмножників різних періодів.

Базисні агрегатні індекси цін зі змінними вагами

$$I_{1/0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \quad I_{2/0} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2} \quad I_{3/0} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_0 q_3} \quad \text{і т. д.}$$

Ланцюгові агрегатні індекси цін зі змінними вагами

$$I_{1/0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \quad I_{2/1} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2} \quad I_{3/2} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3} \quad \text{і т. д.}$$

Між базисними та ланцюговими індексами з постійними вагами є взаємозв'язок:

а) добуток ланцюгових індексів дає базисний індекс останнього періоду:

$$\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0} \times \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_2 p_0} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Наприклад, місячні індекси інфляції становлять: січень – 1,015, лютий – 1,009, березень – 1,011. Загальний індекс інфляції за перший квартал: $1,015 \times 1,009 \times 1,011 = 1,035$ (103,5%).

б) відношення наступного базисного індексу до попереднього базисного індексу дає ланцюговий індекс наступного періоду:

$$\frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0} \div \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}.$$

В індексах зі змінними вагами такий зв'язок не дотримується.

9.4. Агрегатні індекси

Як було зазначено вище, загальний (зведений) індекс порівнює складні явища, елементи яких безпосередньо не підсумовують. Наприклад, підприємство у порівнянні з минулим роком збільшило виробництво молока на 10 %, зерна – на 15 %, виробництво сої скоротило на 25 %, а урожай соняшнику не змінився. Виробництво продукції в цілому збільшилось чи зменшилось і на скільки? Відповідь на це питання може дати розрахунок агрегатного індексу.

Агрегатний індекс – складний відносний показник, що характеризує зміну досліджуваного явища, яке складається з неоднорідних елементів.

Агрегатний індекс є основною формою загального індексу.

З метою приведення індексованих величин до співставного вигляду в індексах застосовують співмножник (інші назви – сумірник, вага, елімінована величина). Він необхідний при побудові загальних індексів, що характеризують зміну складного явища за рахунок окремого чинника.

При побудові агрегатного індексу, а саме при виборі ваги для індексованої величини, важливе значення має класифікація показників на кількісні та якісні.

Особливості цих видів показників були розглянуті вище (пп. 4.1):

- кількісні показники характеризують загальний обсяг явища (наприклад, кількість продукції, суми витрат на оплату праці тощо);

- якісні показники характеризують рівень явища у розрахунку на одиницю дослідження (наприклад, ціна одиниці продукції, середньомісячна заробітна плата одного працівника тощо). Як правило, якісні показники це середні або відносні величини.

Між статистичними показниками, що характеризують суспільні явища, є взаємозв'язок: добуток якісного показника на кількісний показник дає новий кількісний показник. Наприклад, ціна продукції помножена на кількість реалізованої продукції дорівнює доходу від реалізації. Такі взаємозв'язки кількісних та якісних показників використовують при побудові агрегатних індексів. З метою порівняння показників обсягу їх множать на пов'язані з ними якісні показники, які є елімінованими величинами. І навпаки, для зіставлення якісних показників їх множать на пов'язаний з ним показник обсягу, який виступає вагою.

Приклади показників, що отримують як добуток якісної та кількісної величини:

pq – вартість продукції певного виду (виробленої або реалізованої);

zq – загальна собівартість продукції певного виду (витрати на її виробництво);

tq – затрати часу на виробництво продукції певного виду.

Агрегатні індекси будують виходячи з формули індивідуального індексу та обраної ваги.

Етапи побудови агрегатних індексів:

1. Записуємо позначення загального індексу та індексованого показника.

2. У чисельнику і знаменнику індексу ставимо знаки суми « Σ ».

3. У чисельнику записуємо індексований показник, зафіксований на рівні звітнього року (підрядкова нумерація 1), у знаменнику – на рівні базового року (підрядкова позначка 0).

4. Визначаємо показник-вагу: для індексованого кількісного показника потрібно обрати логічно пов'язаний із ним якісний

показник, і навпаки. У чисельнику і знаменнику поряд з індексованим показником записуємо показник-співмножник.

Наприклад:

$$I_q \rightarrow I_q = \frac{\sum}{\sum} \rightarrow I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}.$$

У результаті отримуємо індекс вартості продукції, який показує у скільки разів змінилась вартість виробленої або проданої продукції.

Різниця між чисельником та знаменником $\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0$ показує абсолютне збільшення або зменшення вартості продукції.

На четвертому етапі побудови агрегатних індексів вибір показника-співмножника здійснюють або за поточно-зваженою системою індексів Пааше або за базисно-зваженою системою індексів Ласпейреса.

Поточно-зважена система індексів Пааше визначає – якщо вагою виступає кількісний показник його фіксують на рівні звітного періоду, якщо вагою виступає якісний показник його фіксують на рівні базисного періоду.

За базисно-зваженою системою Ласпейреса, навпаки вагу, виражену кількісним показником, фіксують на рівні базисного періоду, а вагу, виражену якісним показником, – на рівні звітного періоду.

Приклади агрегатних індексів за поточно-зваженою системою побудови:

Індекс собівартості:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} - \text{показує зміну собівартості всієї виробленої}$$

продукції (витрат на виробництво продукції) за рахунок зміни собівартості одиниці продукції;

$\sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1$ – економія (-) або перевитрати (+) внаслідок зміни собівартості одиниці продукції.

Індекс цін:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} - \text{показує в скільки разів змінилась вартість продукції}$$

за рахунок зміни цін на продукцію;

$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$ – економічний ефект від зміни цін: для підприємства – збільшення або зменшення доходу, для покупців – економію або перевитрати.

Індекс фізичного обсягу продукції:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} - \text{показує в скільки разів змінилась вартість продукції}$$

за рахунок зміни її кількості;

$\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$ – абсолютне збільшення (зменшення) вартості продукції за рахунок зміни її кількості.

Індекс продуктивності праці (трудовий):

$$I_t = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} - \text{показує зміну загальних затрат праці на виробництво}$$

продукції за рахунок зміни продуктивності праці;

$\sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_1$ – економія (-) або перевитрати (+) затрат праці.

Таким чином, агрегатні індекси одержують шляхом зіставлення підсумків, які виражають величину складного показника у звітному та базисному періодах за допомогою співмножників.

9.5. Середні індекси

Поряд з агрегатними індексами в соціально-економічній статистиці широко використовують індекси середніх величин (індекси середньої заробітної плати, середньої ціни тощо). При цьому агрегатні індекси є основною формою економічних індексів, а середні – похідними, які одержують у результаті перетворення агрегатних індексів.

Також середні індекси обчислюють якщо за наявними даними неможливо обчислити загальний агрегатний індекс. Наприклад, якщо відсутні дані про ціни на групу товарів, але є інформація про вартість продукції та індивідуальні індекси цін по кожному окремому товару, то не можна визначити загальний індекс цін як агрегатний, але можливо обчислити його як середній з індивідуальних.

Середній (середньозважений) індекс – індекс, обчислений як середня величина у результаті перетворення агрегатних індексів.

Для визначення середнього індексу кількісного показника використовують формулу середньої арифметичної, а для визначення середнього індексу якісного показника – середньої гармонійної.

Етапи побудови середніх (середньоарифметичних) індексів кількісних показників:

1. Записуємо агрегатний індекс показника.

Наприклад, загальний індекс фізичного обсягу:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

2. Записуємо індивідуальний індекс індексованого показника, з якого виводимо формулу чисельника індексу (знаменник коригуємо на індекс).

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \rightarrow q_1 = i_q q_0$$

3. Записуємо позначення загального індексу та індексованого показника, у чисельнику і знаменнику індексу записуємо знаки суми «Σ».

$$I_q = \frac{\sum}{\sum}$$

4. В чисельнику середнього індексу записуємо індивідуальний індекс індексованого показника, зважений за додатками знаменника. Біля нього ставимо співмножник: якщо він кількісний показник – на рівні звітного періоду, якщо якісний – на рівні базисного періоду.

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum}$$

5. Записуємо знаменник середнього індексу аналогічний знаменнику агрегатного індексу.

В нашому прикладі отримуємо середній індекс фізичного обсягу:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Величина середнього арифметичного індексу буде дорівнювати агрегатному індексу якщо вагами індивідуальних індексів є складові знаменника агрегатного індексу.

Для визначення середнього рівня якісного показника будують середній гармонійний індекс.

Етапи побудови середніх (середньогармонійних) індексів якісних показників:

Етапи 1, 3, 4 аналогічні етапам побудови індексів кількісних показників.

2. Індивідуальний індекс індексованого показника зважуємо за додатками чисельника.

5. Записуємо чисельник середнього індексу тотожний чисельнику агрегатного індексу.

6. У знаменнику середнього індексу записуємо індивідуальний індекс індексованого показника, зважений за додатками чисельника. Біля нього ставимо співмножник: кількісний на рівні звітнього періоду, якісний – на рівні базисного періоду.

За наведеною схемою послідовність перетворення агрегатного індексу цін у середній індекс цін наступна:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \rightarrow i_p = \frac{p_1}{p_0}, \rightarrow p_0 = \frac{p_1}{i_p} \rightarrow I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}.$$

Середні індекси широко використовують для аналізу ринку цінних паперів. Найбільш відомими з фінансових є індекси Доу–Джонса, Стендарда та Пура. Так, індекс Доу–Джонса визначають як середній арифметичний індекс значень курсів акцій, що котируються на Нью-Йоркський фондовій біржі. Цей індекс відображає стан індустріального сектору американської економіки.

9.6. Індекси фіксованого та змінного складу

Індекс середнього рівня – співвідношення середніх величин різних періодів. Рівень середньої величини залежить від її значень по окремих одиницях сукупності та структури сукупності. Так, валовий збір зернових культур підприємства залежить від розміру посівної площі та середньої урожайності. У свою чергу, середня урожайність залежить від урожайності окремих культур та від частки кожної культури в посівах, тобто від структури посівних площ. Вплив кожного з цих факторів на динаміку середньої оцінюють за допомогою системи індексів середніх величин: змінного та фіксованого складу, а також структурних зрушень.

Індекси фіксованого та змінного складу якщо зміна середнього значення складного показника залежить від зміни індивідуальних значень ознаки та від структури сукупності.

Індекси змінного складу – загальні індекси, в яких відсутні постійні зафіксовані на рівні одного періоду ваги, тобто співмножник змінюється.

Індекси змінного складу відображають динаміку середніх величин для однорідних сукупностей.

Приклади індексів змінного складу:

$$\text{індекс вартості продукції } I_{pq} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0};$$

$$\text{індекс загальних витрат виробництва: } I_{zq} = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_0}.$$

Індекси фіксованого складу – показують як у середньому змінилося б значення ознаки сукупності за її незмінної, фіксованої структури, тобто усувається вплив на динаміку середньої структурних зрушень. **В таких індексах ваги постійні, зафіксовані на рівні одного періоду.**

Приклади індексів фіксованого складу:

$$\text{середній індекс цін } I_p = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1};$$

$$\text{індекс собівартості } I_z = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_1} \text{ і т. д.}$$

Індекси структурних зрушень – показують як змінилась середня за рахунок зміни складу явища, при цьому значення ознаки-ваги фіксують на постійному рівні базисного періоду.

Приклади індексів структурних зрушень:

$$\text{індекс фізичного обсягу } I_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0};$$

$$\text{індекс продуктивності праці (вартісний) } I_t = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma t_1 q_1} / \frac{\Sigma q_0 p_0}{\Sigma t_0 q_0}.$$

Формули індексів фіксованого складу і структурних зрушень різнозважені: в перших ваги фіксуються на рівні поточного періоду, в других – на рівні базисного періоду. Саме такий варіант зважування забезпечує об'єднання цих індексів у систему.

Розглянемо приклади розрахунку загальних індексів фіксованого і змінного складу та структурних зрушень у табл. 57 та 58.

У табл. 58 відхилення звітнього року від базисного визначають наступним чином:

– відносне відхилення (у процентному виразі) як різницю між значенням індексу, переведеним у відсотки, та 100%;

– абсолютне відхилення (у натуральних одиницях виміру досліджуваного показника) як різницю між чисельником та знаменником індексу.

Таблиця 57

Вихідні та розрахункові дані для розрахунку індексів

Показники	Позна-чення	Базисний рік	Звітний рік	Умовний показник
Вироблено продукції, ц:				
пшениця	q	$q_0=1800$	$q_1=2000$	$\times$
молоко	q	$q_0=2100$	$q_1=2000$	$\times$
Ціна 1 ц, грн:				
пшениця	p	$p_0= 400,00$	$p_1=500,00$	$\times$
молоко	p	$p_0= 600,00$	$p_1=800,00$	$\times$
Собівартість 1 ц, грн:				
пшениця	z	$z_0 = 350,00$	$z_1 =420,00$	$\times$
молоко	z	$z_0 = 580,00$	$z_1 =770,00$	$\times$
Затрати праці на 1 ц, люд.-год.:				
пшениця	t	$t_0 = 0,11$	$t_1 = 0,12$	$\times$
молоко	t	$t_0 = 1,20$	$t_1 = 1,05$	$\times$
Вартість продукції, тис. грн:				
пшениця	$qp / 1000$	$q_0p_0=720$	$q_1p_1=1000$	$q_1p_0=800$
молоко	$qp / 1000$	$q_0p_0=1260$	$q_1p_1=1600$	$q_1p_0=1200$
разом		$\Sigma q_0p_0=1980$	$\Sigma q_1p_1=2600$	$\Sigma q_1p_0=2000$
Собівартість продукції, тис. грн:				
пшениця	$zq / 1000$	$z_0q_0=630$	$z_1q_1=840$	$z_0q_1=700$
молоко	$zq / 1000$	$z_0q_0=1218$	$z_1q_1=1540$	$z_0q_1=1160$
разом		$\Sigma z_0q_0=1848$	$\Sigma z_1q_1=2380$	$\Sigma z_0q_1=1860$
Затрати праці, люд.-год:				
пшениця	$T=tq$	$T_0=t_0q_0=198$	$T_1=t_1q_1=240$	$T_{YM} = t_0q_1=220$
молоко	$T=tq$	$T_0=t_0q_0=2520$	$T_1=t_1q_1=2100$	$T_{YM} = t_0q_1=2400$
разом		$\Sigma T_0=2718$	$\Sigma T_1=2340$	$\Sigma T_{YM}=2620$

Таблиця 58

Розрахунок агрегатних індексів фіксованого та змінного складу

Індекс	Формула	Розрахунок індексу	Відхилення звітнього року від базисного	
			відносне, %	абсолютне
Індекси фіксованого складу				
1. Індекс фізич- ного обсягу продукції	$I_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}$	$\frac{2000}{1980} = 1,010$	+1,0	+20
2. Індекс фізич- ного обсягу по собівартості	$I_q = \frac{\Sigma q_1 z_0}{\Sigma q_0 z_0}$	$\frac{1860}{1848} = 1,006$	+0,6	+12
3. Індекс цін	$I_p = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$	$\frac{2600}{2000} = 1,300$	+30,0	+600
4. Індекс собівартості	$I_z = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_1}$	$\frac{2380}{1860} = 1,280$	+28,0	+520
5. Індекс продуктивності праці	$I_t = \frac{\Sigma t_0 q_1}{\Sigma t_1 q_1}$	$\frac{2620}{2340} = 1,120$	+12,0	+280
Індекси змінного складу				
6. Індекс вар- тості продукції	$I_{pq} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$	$\frac{2600}{1980} = 1,313$	+31,3	+620
7. Індекс загаль- них витрат виробництва	$I_{zq} = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_0}$	$\frac{2380}{1848} = 1,288$	+28,8	+532
8. Індекс продуктивності праці (вартісний)	$I_t = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma T_1} / \frac{\Sigma q_0 p_0}{\Sigma T_0}$	$\frac{2000}{2340} / \frac{1980}{1718} =$ $0,855 / 1,153 =$ $0,742$	-25,8	-0,298
9. Індекс затрат праці	$I_T = \frac{\Sigma T_1}{\Sigma T_0}$	$\frac{2340}{1718} = 1,362$	+36,2	+622

Висновки щодо розрахованих у табл. 58 індексів наведені у пп. 9.7.

9.7. Взаємозв'язок індексів

Практично кожний індекс є складовою певної індексної системи, а його взаємозалежність з іншими індексами цієї системи відображає зв'язки між відповідними показниками.

Індексний аналіз дозволяє визначити та кількісно виміряти вплив окремих чинників на зміну результативної ознаки за допомогою системи взаємопов'язаних індексів.

Взаємозв'язок індексів проявляється у залежності:

I змінного складу = I структурних зрушень $\times$ I фіксованого складу.

При цьому індекс змінного складу характеризує зміну загального обсягу складного явища. Різниця між чисельником та знаменником такого індексу показує ефект відхилення – збільшення або зменшення рівня досліджуваного явища в абсолютному виразі.

Індекс структурних зрушень характеризує вплив зміни кількісного чинника на зміну загального обсягу досліджуваного явища. Різниця між чисельником та знаменником індексу показує ефект відхилення – збільшення або зменшення в абсолютному виразі рівня досліджуваного явища під впливом зміни кількісного чинника.

Індекс фіксованого складу характеризує вплив зміни якісного чинника на зміну загального обсягу досліджуваного явища. Різниця між чисельником та знаменником такого індексу показує збільшення або зменшення в абсолютному виразі рівня досліджуваного явища під впливом зміни якісного чинника.

Приклади системи взаємопов'язаних індексів:

1. Індекс вартості продукції дорівнює добутку індексу фізичного обсягу продукції та індексу цін.

Зв'язок між цими індексами відображає рівняння:

$$I_{qp} \text{ (вартості продукції)} = I_q \text{ (фізичного обсягу)} \times I_p \text{ (цін)}$$

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Динаміку вартості продукції у відносному виразі характеризує загальний індекс, абсолютна зміна (збільшення або зменшення) вартості продукції це різниця між його чисельником і знаменником.

Вплив збільшення (зменшення) кількості продукції на її вартість характеризує індекс фізичного обсягу продукції.

Вплив підвищення (зниження) ціни реалізації на вартість продукції характеризує індекс цін.

За даними табл. 38 залежність між цими індексами має вигляд:

$$1,313 = 1,010 \times 1,300.$$

По абсолютному відхиленню рівність має наступний вигляд:

$$620 = 20 + 600.$$

Отже, у звітному році у порівнянні з базисним вартість виробленої продукції стала більше в 1,313 раза, тобто на 31,3 % або 620 тис. грн. За рахунок збільшення обсягів виробництва продукції загальний приріст її вартості становить 1,0 % або 20 тис. грн. Завдяки підвищенню середніх цін на продукцію вартість валової продукції стала більше на 30,0 % або 600 тис. грн.

2. Індекс загальних витрат виробництва дорівнює добутку індексів фізичного обсягу продукції (по собівартості) та собівартості:

$$I_{zq} (\text{витрат}) = I_q (\text{фізичного обсягу}) \times I_z (\text{собівартості})$$

$$\frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0} \times \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}.$$

За даними табл. 38 ця залежність має наступний вигляд:

$$1,288 = 1,006 \times 1,280.$$

В абсолютному виразі рівність має вигляд:

$$532 = 12 + 520.$$

Тобто, за досліджуваний період витрати на виробництво продукції зросли на 28,8 %, що в абсолютному виразі становить 532 тис. грн. У зв'язку зі збільшенням обсягів виробництва витрати підприємства збільшились на 6,0 % або 12 тис. грн. Внаслідок зростання собівартості одиниці окремих видів продукції загальні витрати стали більше на 28,0% або 520 тис. грн.

3. Індекс продуктивності праці (вартісний) дорівнює добутку індексу фізичного обсягу продукції та індексу затрат праці:

$$I_t (\text{продуктивності праці}) = I_q (\text{фізичного обсягу}) / I_T (\text{затрат праці})$$

$$\frac{\sum q_1 p_0}{\sum T_1} / \frac{\sum q_0 p_0}{\sum T_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} / \frac{\sum T_1}{\sum T_0}.$$

За даними табл. 38 зв'язок має вигляд: $0,742 = 1,010 / 1,362$.

Наведені дані свідчать, що за досліджуваний період середня продуктивність праці працівників підприємства знизилась у 0,742 раза (на 25,8 %). Завдяки збільшенню обсягів виробництва продуктивність праці несуттєво зросла – на 1,0 %. Але оскільки при цьому значно збільшились загальні затрати праці (в 1,362 рази) середня продуктивність праці стала менше в $1 / 1,362 = 0,734$ раза (на 26,6%).

4. Індекс прибутку від реалізації окремого виду продукції формується впливом збільшення (зменшення) кількості реалізованої продукції, підвищення (зниження) ціни реалізації та зростання (зниження) собівартості одиниці продукції:

$$\frac{\Sigma q_1(p_1 - z_1)}{\Sigma q_0(p_0 - z_0)} = \frac{\Sigma q_1(p_0 - z_0)}{\Sigma q_0(p_0 - z_0)} \times \frac{\Sigma q_1(p_1 - z_0)}{\Sigma q_1(p_0 - z_0)} \times \frac{\Sigma q_1(p_1 - z_1)}{\Sigma q_1(p_1 - z_0)}.$$

Якщо вивчають зміну прибутку по кількох видах продукції, додатково розглядається вплив зміни структури реалізованої продукції.

5. Індекс фонду оплати праці (ФОП) дорівнює добутку індексів чисельності працівників (ЧП) та індексу середньої заробітної плати (ЗП):

$$I_{\text{ФОП}} = I_{\text{ЧП}} \times I_{\text{ЗП}}$$

$$\frac{\Sigma \text{ЧП}_1 \text{ЗП}_1}{\Sigma \text{ЧП}_0 \text{ЗП}_0} = \frac{\Sigma \text{ЧП}_1 \text{ЗП}_0}{\Sigma \text{ЧП}_0 \text{ЗП}_0} \times \frac{\Sigma \text{ЗП}_1 \text{ЧП}_1}{\Sigma \text{ЗП}_0 \text{ЧП}_1}.$$

Зверніть увагу, що у символіці даних індексів використані не стандартні латинські позначення показників, а аббревіатура їх українських назв. Такий спосіб позначення застосовують для явищ, що не мають загальноприйнятих позначень.

6. Індекс валового збору дорівнює добутку індексів посівних площ та індексу урожайності:

$$I_{\text{ВЗ}} = I_{\text{П}} \times I_{\text{У}}$$

$$\frac{\Sigma y_1 \Pi_1}{\Sigma y_0 \Pi_0} = \frac{\Sigma \Pi_1 y_0}{\Sigma \Pi_0 y_0} \times \frac{\Sigma y_1 \Pi_1}{\Sigma y_0 \Pi_1}.$$

Взаємопов'язані також індекси прямих і обернених показників. Наприклад, індекси споживчих цін і купівельної спроможності грошової одиниці. Індекс споживчих цін характеризує динаміку цін, а отже й основні втрати населення від підвищення цін. Показник купівельної спроможності – величина, обернена до індексу споживчих цін: якщо споживчі ціни зросли на 10% ($I = 1,100$), то купівельна спроможність грошової одиниці зменшилась на 9,1% – $I_{1/p} = 1 / 1,100 = 0,909$.

Тести

1. Статистичний індекс це:

- а) абсолютний показник, що характеризує зміну рівня явища або процесу в часі, просторі, з планом, нормою, стандартом;
- б) відносний показник, що характеризує зміну рівня явища або процесу в часі, просторі, з планом, нормою, стандартом;
- в) співвідношення розмірів двох якісно різних явищ, які характеризують ступінь поширення одного явища у порівнянні з іншим взаємопов'язаним явищем;
- г) величина, що дає узагальнену характеристику ознаки у розрахунку на одиницю сукупності.

2. Методологія обчислення і використання системи індексів, що дають можливість зіставити між собою складні показники, це:

- а) індексний метод;
- б) система індексів суспільно-економічних явищ і процесів;
- в) статистична методологія;
- г) один із методів емпіричних досліджень явищ і процесів.

3. До завдань індексного методу не входить:

- а) характеристика зміни явища в часі;
- б) характеристика явища в просторі;
- в) оцінка впливу окремих факторів на зміну складного явища;
- г) вивчення кореляційних зв'язків між явищами.

4. Як в індексному методі називають показник, зміну якого характеризує індекс?

- а) вага або співмножник;
- б) індексована величина;
- в) елімінована величина;
- г) середня величина.

5. Як в індексному методі називають постійну величину, пов'язану з індексованою?

- а) співмножник (сумірник, вага);
- б) порівнювана величина;
- в) елімінована величина;
- г) константа.

6. Які індекси характеризують співвідношення простих одиничних показників?

- а) тотальні;
- б) субіндекси;
- в) індивідуальні;
- г) загальні.

7. За ступенем охоплення одиниць сукупності індекси класифікують на:

- а) індивідуальні та загальні;
- б) індивідуальні та групові (зведені);
- в) індивідуальні та агрегатні;
- г) часткові й тотальні.

8. Індивідуальні індекси дають порівняльну характеристику:

- а) якісних показників;
- б) кількісних показників;
- в) окремих елементів сукупності;
- г) окремих елементів сукупності або всієї однорідної сукупності.

9. Загальні індекси характеризують зміну:

- а) узагальнених макроекономічних показників;
- б) сукупності, до якої входять різнорідні елементи, що не підлягають безпосередньому підсумовуванню;
- в) співвідношення рівнів явищ у просторі (порівнюють об'єкти, розташовані на різних територіях);
- г) основної динаміки явища за період не менш як 5 років.

10. Як класифікують індекси динаміки залежно від періоду часу, взятого за базу порівняння?

- а) базисні та періодичні;
- б) базисні, ланцюгові та моментні;
- в) базисні, ланцюгові та інтервальні;
- г) базисні та ланцюгові.

11. Який зв'язок між базисними та ланцюговими індексами?

- а) добуток базисних індексів дорівнює ланцюговому індексу останнього періоду;
- б) добуток ланцюгових індексів дорівнює базисному індексу останнього періоду;

- в) сума базисних індексів дорівнює ланцюговому індексу останнього періоду;
- г) сума ланцюгових індексів дорівнює базисному індексу останнього періоду.

12. Формулу середнього індексу отримують перетворенням агрегатного індексу з використанням формули:

- а) середньої арифметичної;
- б) середньої гармонійної;
- в) середньої арифметичної (для кількісних показників) та середньої гармонійної (для якісних показників);
- г) будь-якої формули ступеневої середньої.

13. Як називають індекси, що відображають динаміку середніх величин, в яких відсутні постійні зафіксовані на рівні одного періоду ваги, тобто співмножник змінюється?

- а) індекси нефіксованого складу;
- б) індекси змінного складу;
- в) індекси зі змінними вагами;
- г) індекси структурних зрушень.

14. Індекси фіксованого складу показують:

- а) як у середньому змінилось би значення ознаки сукупності за її незмінної, фіксованої структури;
- б) як змінилась середня за рахунок зміни складу явища, при цьому значення ознаки-ваги фіксують на рівні базисного періоду;
- в) динаміку середніх величин для однорідних сукупностей;
- г) вплив зміни кількісного чинника на зміну загального обсягу досліджуваного явища.

15. Індекси структурних зрушень показують:

- а) вплив зміни якісного чинника на зміну загального обсягу досліджуваного явища;
- б) вплив зміни кількісного чинника на зміну загального обсягу досліджуваного явища;
- в) як змінилась середня за рахунок зміни складу явища;
- г) співвідношення рівнів явищ у просторі (порівнюють об'єкти, розташовані на різних територіях).

16. Індекс вартості продукції $I_{pq} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$ є індексом:

- а) фіксованого складу;
- б) змінного складу;
- в) структурних зрушень;
- г) індексом з постійними вагами.

17. Який з наведених індексів є індексом загальних витрат виробництва?

- а) $I_p = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$;
- б) $I_z = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_1}$;
- в) $I_{zq} = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_0}$;
- г) $I_{pq} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$.

18. Взаємозв'язок індексів проявляється у залежності:

- а) $I_{\text{ЗМІННОГО СКЛАДУ}} = I_{\text{СТРУКТУРНИХ ЗРУШЕНЬ}} \times I_{\text{ФІКСОВАНОГО СКЛАДУ}}$;
- б) $I_{\text{ЗМІННОГО СКЛАДУ}} = I_{\text{СТРУКТУРНИХ ЗРУШЕНЬ}} / I_{\text{ФІКСОВАНОГО СКЛАДУ}}$;
- в) $I_{\text{ЗМІННОГО СКЛАДУ}} = I_{\text{СТРУКТУРНИХ ЗРУШЕНЬ}} + I_{\text{ФІКСОВАНОГО СКЛАДУ}}$;
- г) $I_{\text{СТРУКТУРНИХ ЗРУШЕНЬ}} = I_{\text{ЗМІННОГО СКЛАДУ}} \times I_{\text{ФІКСОВАНОГО СКЛАДУ}}$.

19. Що відбувається з купівельною спроможністю грошей якщо індекс споживчих цін становить 1,050 (ціни зросли в середньому на 5,0%)?

- а) купівельна спроможність грошової одиниці зменшилась на 5,0%;
- б) купівельна спроможність грошової одиниці збільшилась на 5,0%;
- в) купівельна спроможність грошової одиниці зменшилась на 4,8% ($1/1,050 = 0,952$);
- г) між купівельною спроможністю грошей та індексом споживчих цін відсутній функціональний зв'язок, а тому кількісно виміряти вплив неможливо.

Правильні відповіді: 1 – б; 2 – а; 3 – г; 4 – б; 5 – а; 6 – в; 7 – а; 8 – г; 9 – б; 10 – г; 11 – б; 12 – в; 13 – б; 14 – а; 15 – г; 16 – б; 17 – в; 18 – а; 19 – в.

Практичні завдання

Завдання «Визначення базисних та ланцюгових індексів»

Зміст завдання: за даними статистичного спостереження (додатку Н) про економічні показники підприємств області та постійні ціни 2010 року (додаток Р) визначити: загальну вартість виробленої продукції в порівняних цінах; базисні та ланцюгові загальні індекси фізичного обсягу продукції; визначити взаємозв'язок базисних і ланцюгових індексів.

Порядок виконання

Індекс – це статистичний відносний показник, що характеризує співвідношення соціально-економічний явищ у часі, просторі або ступінь відхилення показника від певного стандарту, нормативу. Складовими агрегатів загальних індексів є величини які не підлягають сумуванню.

За даними звітності підприємства побудувати в табл. 59 агрегати для розрахунку загальних індексів.

Таблиця 59

Вихідні та розрахункові дані для обчислення індексів

Види продукції	Кількість продукції, тис. ц					Ціна за 1 ц, грн	Вартість продукції, тис. грн				
	Роки						Роки				
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4		p_0	q_0p_0	q_1p_0	q_2p_0	q_3p_0
Всього	×	×	×	×	×	×					

У агрегаті загального індексу фізичного обсягу продукції індексується кількість продукції, елімінується ціна.

Загальні індекси фізичного обсягу продукції можна розраховувати базисним та ланцюговим способами. За даними попередньої таблиці розрахувати загальні базисні і ланцюгові індекси фізичного обсягу продукції по досліджуваному підприємству за п'ять років (табл. 60).

На основі проведених обчислень дати оцінку змін виробництва продукції по підприємству.

Таблиця 60

Розрахунок базисних і ланцюгових індексів

Роки	Вартість продукції, тис. грн	Базисні індекси		Ланцюгові індекси	
		формули	розрахунок	формули	розрахунок
20__		×	×	×	×
20__		$I_1 = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$		$I_1 = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$	
20__		$I_2 = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}$		$I_2 = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}$	
20__		$I_3 = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_0 p_0}$		$I_3 = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_2 p_0}$	
20__		$I_4 = \frac{\sum q_4 p_0}{\sum q_0 p_0}$		$I_4 = \frac{\sum q_4 p_0}{\sum q_3 p_0}$	

Взаємозв'язок між індексами дає змогу дослідити вплив структурного чинника і зміну індексованої величини на зміну у часі середніх рівнів досліджуваного явища.

Між базисним і ланцюговими індексами існує взаємозв'язок:

- відношення наступного базисного індексу до попереднього індексу дає наступний ланцюговий індекс;
- добуток ланцюгових індексів дорівнює базисному індексу останнього періоду (табл. 61).

Таблиця 61

Взаємозв'язок базисних і ланцюгових індексів

Роки	Перетворення базисних індексів у ланцюгові		Перетворення ланцюгових індексів у базисні	
	розрахунок	результат	розрахунок	результат
20__	I_1		I_1	
20__	$\frac{I_2}{I_1}$		$I_1 \times I_2$	
20__	$\frac{I_3}{I_2}$		$I_1 \times I_2 \times I_3$	
20__	$\frac{I_4}{I_3}$		$I_1 \times I_2 \times I_3 \times I_4$	

За проведеними розрахунками дати економічне обґрунтування зміни виробництва продукції підприємства, довести взаємозв'язок між загальними індексами.

Завдання «Визначення конкретних видів економічних індексів»

Зміст завдання: за даними інформації про економічні показники (додаток П) побудувати агрегати і визначити індивідуальні та загальні індекси фізичного обсягу, цін, собівартості, продуктивності праці; визначити взаємозв'язок між індексами.

Порядок виконання

1. Вибрати інформацію з додатку П відповідно до свого варіанту, перенести до табл. 62.

Таблиця 62

Вихідні дані для розрахунку індексів

Види продукції	Вироблено продукції, ц		Ціна 1 ц, грн		Собівартість 1 ц, грн		Затрати праці на 1 ц, люд.-год.	
	базисний рік	звітний рік	базисний рік	звітний рік	базисний рік	звітний рік	базисний рік	звітний рік
	q_0	q_1	p_0	p_1	z_0	z_1	t_0	t_1
Пшениця								
Молоко								

Розрахувати по окремих видах продукції індивідуальні індекси, що показують зміну одного елемента сукупності або всієї однорідної сукупності.

Індивідуальні індекси обчислюються як відношення показників звітнього періоду до рівня показників базисного періоду (за винятком трудового індексу, де $i = \frac{t_0}{t_1}$).

Визначити індивідуальні індекси фізичного обсягу, ціни, собівартості продукції, продуктивності праці (затрат праці) за двома видами виробленої продукції: пшениця і молоко (табл. 63).

Таблиця 63

Розрахунок індивідуальних індексів

Назви індексів	Формули	Розрахунок	
		пшениця	молоко
А	1	2	3
Фізичного обсягу	$i = \frac{q_1}{q_0}$		
Цін	$i = \frac{p_1}{p_0}$		

Продовж. табл. 63

А	1	2	3
Собівартості	$i = \frac{z_1}{z_0}$		
Продуктивності праці (трудовий)	$i = \frac{t_0}{t_1}$		

Дати економічне обґрунтування результату обчислень індивідуальних індексів.

Загальними індексами називають відносні величини, що характеризують динаміку складного явища, елементи якого не піддаються безпосередньому підсумовуванню в часі, просторі чи порівняно з планом.

Спосіб обчислення загальних індексів називають агрегатним.

Порівнювані суми в агрегатному індексі різняться між собою за індексованими величинами, сумірники (елімінована величина або ваги) у них незмінні (табл. 64).

Таблиця 64

Допоміжні розрахунки для визначення загальних індексів

Види продукції	Вартість продукції, тис. грн			Собівартість всієї продукції, тис. грн			Затрати праці, тис. люд.-год.		
	базис-ний рік	звіт-ний рік	умов-ний	базис-ний рік	звіт-ний рік	умов-ний	базис-ний рік	звіт-ний рік	умов-ний
	q_0p_0	q_1p_1	q_1p_0	z_0q_0	z_1q_1	z_0q_1	$T_0=t_0q_0$	$T_1=t_1q_1$	t_0q_1
Пшениця									
Молоко									
Всього									

При розрахунку загальних індексів застосовують формули агрегатних індексів агрегат яких побудований за «правилом вагів». Система взаємопов'язаних індексів дає змогу вивчити взаємозв'язки суспільних явищ (табл. 65).

Визначити роль та вплив окремих факторів на зміну результативної ознаки доцільно на основі системи загальних індексів, а саме:

1. Величина індексу вартості продукції залежить від зміни фізичного обсягу продукції і від зміни цін. Зв'язок між цими сполученими індексами можна відобразити рівнянням:

$$I_{\text{ВАРТОСТІ}} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Розрахунок агрегатних індексів

Індекс	Формула	Розра- хунок	Відхилення звітнього року від базисного (+, -)	
			абсолютне	відносне
Індекси фіксованого складу				
1. а) фізичного обсягу продукції	$I_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}$			
б) фізичного обсягу по собівартості	$I_q = \frac{\Sigma q_1 z_0}{\Sigma q_0 z_0}$			
2. Ціни	$I_p = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$			
3. Собівартості	$I_z = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_1}$			
4. Продуктивності праці	$I_t = \frac{\Sigma t_0 q_1}{\Sigma t_1 q_1}$			
Індекси змінного складу				
1. Вартості продукції	$I = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$			
2. Загальних витрат виробництва	$I = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_0}$			
3. Продуктивності праці (вартісний)	$I = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma T_1} \div \frac{\Sigma q_0 p_0}{\Sigma T_0}$			
4. Витрат праці	$I = \frac{\Sigma T_1}{\Sigma T_0}$			

2. Індекс витрат виробництва дорівнює добутку індексу собівартості та індексу фізичного обсягу продукції:

$$I_{\text{ВИТРАТ}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \times \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}.$$

3. Індекс продуктивності праці залежить від зміни фізичного обсягу продукції та зміни витрат праці:

$$I_{\text{III}} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \div \frac{\sum T_1}{\sum T_0}.$$

Дати економічну інтерпретацію результату обчислень індексів та пояснити вплив окремих факторів на зміни основних економічних показників по виробництву зерна і молока на підприємстві.

Завдання «Індексний аналіз прибутку»

Зміст завдання: за даними про економічні показники роботи аграрних підприємств визначити: загальний обсяг прибутку; вплив факторів на зміну розміру прибутку: кількості реалізованої продукції; собівартості одиниці продукції; середньої ціни реалізації 1 центнера.

Порядок виконання

На основі вихідних даних про формування прибутку підприємства від виробництва окремих видів продукції (додаток П) визначити загальний індекс динаміки прибутку та вплив факторів на його величину (табл. 66).

Таблиця 66

Вихідні та розрахункові дані для індексного аналізу прибутку від реалізації продукції на підприємстві

Показники	Умовні позначення	Базисний рік	Звітний рік
Пшениця			
1. Реалізовано, ц	q		
2. Ціна 1 ц, грн	p		
3. Собівартість 1 ц, грн	z		
4. Прибуток (+), збиток (-), грн	$(p - q)z$		
Молоко			
5. Реалізовано, ц	q		
6. Ціна 1 ц, грн	p		
7. Собівартість 1 ц, грн	z		
8. Прибуток (+), збиток (-), грн	$(p - q)z$		

Динаміка прибутку від реалізації кількох видів продукції характеризується загальним індексом:

$$I = \frac{\sum (p_1 - z_1) \cdot q_1}{\sum (p_0 - z_0) \cdot q_0},$$

де, q_0 і q_1 – кількість реалізованої продукції в базисному і звітному періодах;

p_0 і p_1 – ціна одиниці продукції в відповідних періодах;

z_0 і z_1 – собівартість одиниці продукції у відповідних періодах.

На розмір прибутку впливають наступні чинники:

а) кількість реалізованої продукції;

б) ціна реалізації;

в) собівартість одиниці продукції.

Якщо вивчають зміну прибутку по кількох видах продукції, додатково розглядається вплив зміни структури реалізованої продукції.

Вплив кожного із факторів на динаміку прибутку визначається за допомогою індексів:

1) кількості реалізованої продукції $I_q = \frac{\sum q_1(p_0 - z_0)}{\sum q_0(p_0 - z_0)}$;

абсолютна величина зміни рівня прибутку за рахунок даного фактора визначається як різниця між чисельником і знаменником:

$$\Delta_q = \sum q_1(p_0 - z_0) - \sum q_0(p_0 - z_0);$$

2) ціни реалізації: $I_p = \frac{\sum q_1(p_1 - z_0)}{\sum q_1(p_0 - z_0)}$;

абсолютна величина зміни рівня прибутку за рахунок цього фактора: $\Delta_p = \sum q_1(p_1 - z_0) - \sum q_1(p_0 - z_0)$;

3) собівартості продукції: $I_z = \frac{\sum q_1(p_1 - z_1)}{\sum q_1(p_1 - z_0)}$;

абсолютна зміна розміру рівня прибутку за рахунок фактора собівартості: $\Delta_z = \sum q_1 z_0 - \sum q_1 z_1$.

На основі проведених розрахунків загальних індексів пояснити динаміку рівня прибутку підприємства і вказати фактори його змін.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Белова І. В. Банківська статистика: навч. посібник для студентів ВНЗ, які навчаються за освіт.-проф. програмою бакалавр з напряму підгот. «Фінанси і кредит». Суми: Унів. книга, 2014. 430 с.
2. Василик О. І., Яковенко Т. О. Лекції з теорії і методів вибірових обстежень: навч. посібник для студентів-магістрів. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2010. 207 с.
3. Гаркуша Н. М., Польова Т. В., Гаркуша Н. М. Соціально-економічна статистика: навч. посібник. 3-тє вид., випр. і доп. Харків: Харків. держ. ун-т харчування та торгівлі. 2013. 374 с.
4. Гончар О. В. Забезпечення якості статистичної інформації: методологія та організація: монографія. Київ: Формат, 2011. 369 с.
5. Горкавий В. К. Статистика: навч. посібник. Київ: Алерта, 2012. 608 с.
6. Городянська Л. В., Сизов А. І. Статистика для економістів: навч. посібник. Київ: Київ. нац. ун-т ім. Т. Шевченка, військовий ін-т, каф. фінансового забезпечення військ, 2019. 350 с.
7. Горошанська О. О. Статистика: Практикум. Харків: Харк. держ. університет харчування та торгівлі. 2017. 133 с.
8. Єріна А. М., Пальян З. О. Статистика: підручник. Київ: КНЕУ, 2010. 351 с.
9. Заєць С. В., Томіленко В. М. Статистика – Statistics: підручник. Ірпінь: ВЦ НУДПСУ, 2015. 512 с.
10. Кадієвський В. А., Перхун Л. П. Братушка С. М., Синявська О. О. Моделі економічної динаміки: підручник. Київ: ДП «Інформ.-аналіт. агентство», 2017. 466 с.
11. Карпенко Л. М. Статистика: навч. посібник. Одеса: ОРІДУ НАДУ, 2019. 184 с.
12. Кілей Ю. Г. Соціальна статистика: навч. посібник. Чернівці: Чернів. нац. ун-т ім. Ю. Федьковича, Рута, 2011. 240 с.
13. Ковтун Н. В. Теорія статистики: підручник. Київ: Знання, 2012. 399 с.
14. Костюк В. О. Прикладна статистика: навч. посібник. Харків: Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова, 2015. 191 с.
15. Краєвський В. М., Остапенко Я. О., Параниця Н. В. Статистика: навч. посібник. Серія «На допомогу студенту УДФСУ», т. 45. Ірпінь: Університет ДФС України, 2019. 218 с.

16. Кулинич О. І., Кулинич Р. О. Теорія статистики: підручник. 7-е видання, перероб. і доп. Київ: Знання, 2015. 239 с.
17. Малюга Н. М., Іваненко В. О., Столяренко О. М., Травін В. В., Легенчук С. Ф. / ред. Ф. Ф. Бутинець. Статистика: навч. посібник для студентів ВНЗ. 2-ге вид., переробл. і доповн. Житомир: Житомир. держ. технол. ун-т. 2013. 335 с.
18. Мальчик М. В., Галашко С. І., Пелех А. І. Фінансова статистика: навч. посібник. Київ: Центр учбової літератури, 2011. 184 с.
19. Матковський С. О., Гринькевич О. С., Сорочак О. З. та ін. / ред. С. О. Матковський. Статистика підприємств: навч. посібник. 2-ге вид., переробл. і допов. Київ: Алерта, 2017. 557 с.
20. Момотюк Л. Є. Статистика фінансів: методологія та практика: монографія. Київ: Нац. акад. статистики, обліку та аудиту, 2013. 429 с.
21. Мормоза А. Т. Економічна статистика: підручник. Київ: Центр навчальної літератури, 2017. 602 с.
22. Моторин Р. М., Чекотовський Є. В. Статистика для економістів: навч. посібник. 2-ге вид., виправ. і допов. Київ: Знання, 2011. 429 с.
23. Найко Д. А., Шевчук О. Ф. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посібник. Вінниця: ВНАУ, 2020. 382 с.
24. Нариси з історії статистики України. 2-ге вид., випр. та доп. Київ: Держкомстат України. НДІ статистики Держкомстату України. 1999. 187 с. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua/> (дата звернення: 10.08.2020).
25. Опря А. Т., Дорогань-Писаренко Л. О., Єгорова О. В., Кононенко Ж. А. Статистика (модульний варіант з програмованою формою контролю знань): навч. посібник. 2-ге вид., перер. і допов. Київ: Центр учбової літератури, 2014. 536 с. URL: <http://dspace.pdaa.edu.ua:8080/handle/123456789/523>.
26. Парфенцева Н. О., Кулинич Р. О. Статистичне вивчення соціально-економічного розвитку України: підручник. Київ: Нац. акад. статистики, обліку та аудиту. 2011. 454 с.
27. Педченко Г. П. Статистика: навч. посібник. Мелітополь: Колор Принт, 2018. 266 с.
28. Про державну статистику: Закон України від 17.09.1992 р. № 2614-XII / Верховна Рада України. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2614-12> (дата звернення: 10.08.2020).

29. Сіницький М. Є. Хмарні технології у фінансово-статистичних розрахунках: навч. посібник. Київ: ДП «Інформ.-аналіт. агенство», 2016. 564 с.
30. Солодухін С. В., Ісаєнко О. М., Хорошун В. В. Методи економіко-статистичних досліджень : навч. посібник для студ. ВНЗ. Запоріжжя: Запоріз. держ. інж. акад. 2012. 132 с.
31. Стешенко В. С. Переписи населення. Енциклопедія історії України: у 10 т. / редкол.: В.А. Смолій (голова) та ін. ; Інститут історії України НАН України. Київ : Наук. думка, 2011. Т. 8: Па-Прик. 130 с. URL: http://www.history.org.ua/?termin=Perepysy_naselennia.
32. Ткач Є. І., Сторожук В. П. Загальна теорія статистики: навч. посібник. Київ: Центр навчальної літератури, 2017. 442 с.
33. Толбатов Ю. А. Статистика засобами Excel: навч. посібник. Київ: Університет «Україна», 2013. 326 с.
34. Тринько Р. І., Стадник Р. І. Основи теоретичної і прикладної статистики: навч. посібник. Київ: Знання, 2011. 397 с.
35. Чекотовський Е. В. Історія статистичної науки: навч. посібник. Київ: Знання, 2011. 495 с.
36. Чекотовський Е. В. Статистичні методи на основі Microsoft Excel 2016: навч. посібник. Київ: Знання, 2018. 408 с.
37. Яркіна Н. М. Статистика: навч. посібник. Київ: Університет «Україна», 2012. 258 с.

Додатки

Додаток А

Грецька абетка

Літера		Назва	Українська назва
Α	α	alpha	альфа
Β	β	beta	бета
Γ	γ	gamma	гамма
Δ	δ	delta	дельта
Ε	ε	epsilon	епсилон
Ζ	ζ	zeta	дзета
Η	η	eta	ета
Θ	θ	theta	тета
Ι	ι	iota	йота
Κ	κ	kappa	каппа
Λ	λ	lambda	лямбда (ламда)
Μ	μ	mu	мю (мі)
Ν	ν	nu	ню (ні)
Ξ	ξ	xi	ксі
Ο	ο	omicron	омікрон
Π	π	pi	пі
Ρ	ρ	rho	ро
Σ	σ	sigma	сігма
Τ	τ	tau	тау
Υ	υ	upsilon	іпсилон
Φ	φ	phi	фі
Χ	χ	chi	хі
Ψ	ψ	psi	псі
Ω	ω	omega	омега

Критичні значення χ^2 -критерію

Число ступенів вільності ν	Рівень ймовірності p			Число ступенів вільності ν	Рівень ймовірності p		
	0,954	0,99	0,999		0,954	0,99	0,999
1	3,8	6,6	10,8	21	32,7	39,9	46,8
2	6,0	9,2	13,8	22	33,9	40,3	48,3
3	7,8	11,3	16,9	23	35,2	41,6	49,7
4	9,5	13,3	18,5	24	36,4	43,0	51,3
5	11,1	15,1	20,5	25	37,7	44,3	52,6
6	12,6	16,8	22,5	26	38,9	45,6	54,1
7	14,1	18,5	24,3	27	40,1	47,0	55,5
8	15,5	20,1	26,1	28	41,3	48,3	56,9
9	16,9	21,7	27,9	29	42,6	49,6	58,3
10	18,3	23,2	29,6	30	43,8	50,9	59,7
11	19,7	24,7	31,3	32	46,2	53,5	62,4
12	21,0	26,2	32,9	34	48,6	56,0	65,2
13	22,4	27,7	34,5	36	51,0	58,6	67,9
14	23,7	29,1	36,1	38	53,4	61,6	70,7
15	25,0	30,6	37,7	40	55,8	63,7	73,4
16	26,3	32,0	39,3	50	67,5	76,2	86,4
17	27,6	33,4	40,8	60	79,1	88,4	99,6
18	28,9	34,8	42,3	70	90,5	100,4	112,3
19	30,1	36,2	43,8	80	101,9	112,3	124,8
20	31,4	37,6	45,3	90	113,1	124,1	137,1

Критичні значення F-критерію при $p=0,95$

ν_z	ν_x						
	1	2	3	4	5	6	50
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	2,8
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	-
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,5
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	-
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,32
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	-
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,18
16	4,49	3,63	2,24	3,01	2,85	2,47	-
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,08
18	4,41	3,56	3,16	2,93	2,77	2,66	-
19	4,33	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,08
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,90	-
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	1,93
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	-
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	1,88
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	-
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	1,84
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	-
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	1,80
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	-
29	4,18	3,38	2,93	2,70	2,54	2,43	1,77
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	-
35	4,11	3,26	2,86	2,63	2,48	2,36	-
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	-
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	-
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	-
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	-

Примітка. ν_x і ν_z – число ступенів вільності варіації відповідно для великої та малої дисперсій.

Критичні значення F-критерію при $p=0,99$

ν_z	ν_x						
	1	2	3	4	5	6	50
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	4,51
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	-
11	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	3,80
12	9,38	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	-
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	3,7
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	-
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	3,07
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	-
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	2,86
18	8,26	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	-
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	2,70
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	-
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	2,58
22	7,94	5,72	4,87	4,31	3,99	3,75	-
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	2,48
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	-
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	2,40
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	-
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	2,33
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	-
29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	2,27
30	7,56	5,39	4,61	4,02	3,70	3,47	-
35	7,42	5,27	4,40	3,91	3,59	3,37	-
40	7,01	5,18	4,33	3,63	3,51	8,29	-
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	-
60	7,08	4,98	4,18	3,65	3,34	3,12	-
∞	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2,80	-

Примітка. ν_x і ν_z – число ступенів вільності варіації відповідно для великої та малої дисперсій.

Додаток Д

Вихідна інформація статистичного спостереження

№ п/п	Рівень рента- бельності, %	Поточні зобов'язан- ня, тис. грн	Дохід від реалізації тис. грн	Продуктив- ність праці, тис. грн	Рівень прибутку, тис. грн	Кредитор- ська забор- гованість, тис. грн
А	1	2	3	4	5	6
1	26,5	122	629	25,8	918	207
2	38,0	134	756	37,1	2431	142
3	27,1	165	620	30,2	1236	192
4	29,0	162	870	27,4	1347	124
5	22,3	103	951	23,5	3404	132
6	19,1	96	633	23,6	5269	209
7	28,0	109	886	24,8	4270	152
8	24,9	101	617	20,1	2371	251
9	27,5	114	718	23,8	3273	99
10	29,3	108	729	32,3	1477	114
11	22,1	126	863	21,6	1280	134
12	30,5	129	890	23,9	2385	190
13	26,3	117	780	23,6	5285	141
14	24,0	119	977	23,7	2486	138
15	30,5	87	917	22,8	6488	71
16	30,2	175	612	21,2	1289	122
17	32,3	163	718	35,5	1389	181
18	23,2	122	680	24,3	3293	132
19	29,3	133	720	24,5	4393	129
20	30,1	112	851	25,1	3294	201
21	28,2	135	681	22,7	4295	185
22	26,3	105	823	21,3	2295	186
23	30,0	129	629	32,7	2403	172
24	27,3	140	590	34,8	4304	151
25	32,3	87	910	35,2	1404	154
26	19,8	144	501	24,8	995	138
27	37,8	162	680	27,6	3405	107
28	21,3	85	963	30,1	2385	200
29	27,2	129	593	27,7	7295	170
30	21,1	118	718	24,3	5307	135
31	19,5	115	760	24,8	4404	95
32	25,3	103	830	26,1	4409	131
33	31,9	107	670	21,1	2322	121
34	24,0	129	980	23,5	3330	175
35	27,9	77	813	22,6	1311	165

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
36	28,0	108	744	21,8	5299	133
37	18,1	110	632	26,7	4314	150
38	23,3	95	602	27,1	3330	170
39	29,0	118	800	24,3	2316	196
40	24,3	122	600	22,2	1418	141
41	32,0	132	556	21,8	5318	165
42	32,2	110	784	27,2	7321	115
43	17,7	87	808	24,3	4418	203
44	25,3	95	614	25,6	6322	161
45	27,6	125	712	24,3	5335	138
46	23,5	106	951	21,4	1423	158
47	23,7	102	806	20,8	3424	147
48	28,0	122	680	24,1	2325	129
49	29,5	114	646	26,4	5327	174
50	31,0	132	906	25,2	2329	124
51	31,1	87	509	28,3	9230	125
52	26,3	89	978	31,3	3434	120
53	41,2	154	640	26,5	4335	173
54	33,1	106	550	24,9	5365	140
55	26,5	124	675	25,5	4338	147
56	27,6	98	621	26,8	6339	177
57	30,6	168	817	24,3	1340	200
58	30,4	169	638	23,8	4355	161
59	32,3	175	614	22,3	4444	121
60	30,2	130	590	26,6	5345	182
61	24,6	126	760	26,3	6444	148
62	35,4	129	604	37,6	4346	210
63	26,4	142	605	30,7	2354	181
64	27,5	154	580	27,9	3455	133
65	34,5	132	631	24,0	3444	135
66	29,5	87	762	24,1	2355	196
67	37,4	125	822	25,3	999	115
68	27,4	128	600	20,6	2357	163
69	32,3	119	704	24,3	4358	123
70	36,2	126	848	22,8	1458	97
71	29,7	157	601	22,1	3360	181
72	29,3	101	630	24,4	3360	163
73	35,2	158	715	24,1	2363	191
74	30,2	161	656	24,2	2364	151
75	34,2	122	712	23,3	4365	117

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
76	24,2	130	621	21,7	5365	151
77	34,3	178	668	26,0	4369	181
78	23,5	144	765	24,0	5369	185
79	33,0	117	996	25,0	1444	121
80	19,3	152	806	25,1	7378	132
81	18,4	158	501	23,2	6379	153
82	27,4	110	615	21,8	6381	201
83	29,1	92	553	33,2	5384	131
84	21,2	122	595	35,3	1385	231
85	24,7	97	548	35,7	3389	161
86	23,1	93	559	25,3	1495	156
87	23,0	94	680	28,1	1395	127
88	24,3	80	543	30,6	2401	133
89	20,6	117	603	28,2	3404	166
90	21,5	77	680	24,8	4411	161
91	25,3	58	650	25,3	4417	121
92	23,3	88	770	26,6	4418	173
93	32,4	100	760	21,6	5426	171
94	18,4	117	568	24,0	5430	162
95	26,3	70	576	23,1	7432	175
96	29,0	124	790	22,3	2433	111
97	19,5	122	665	27,2	1456	116
98	27,0	98	544	27,8	2462	103
99	30,1	119	648	24,8	2405	164
100	25,8	100	529	22,7	3466	171
101	26,8	78	696	22,3	979	152
102	38,3	99	606	27,8	3495	177
103	27,4	129	616	24,8	1511	123
104	32,3	111	726	26,1	4318	161
105	22,6	138	816	24,8	4351	212
106	19,4	68	659	21,9	3302	138
107	28,3	120	628	21,3	4392	168
108	25,2	132	576	24,6	5373	182
109	27,8	163	537	26,9	6360	146
110	29,6	160	734	25,7	1480	177
111	22,4	101	620	28,8	1343	214
112	30,8	92	702	31,8	2303	176
113	26,6	107	456	28,8	3301	186
114	24,3	93	552	31,8	2331	153
115	30,8	112	459	27,0	3357	143
116	30,5	106	546	25,4	1331	205

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
117	32,5	124	489	26,0	5476	139
118	23,5	127	652	27,3	4215	108
119	29,6	115	716	24,8	1352	206
120	30,4	117	834	25,0	2327	201
121	28,5	85	416	24,3	1423	129
122	26,6	173	522	22,8	2270	126
123	30,0	61	642	24,4	1342	127
124	27,8	120	753	25,9	2383	128
125	32,6	131	408	25,3	1286	132
126	20,1	110	586	24,1	2310	134
127	38,1	133	676	26,1	3308	147
128	21,6	103	414	27,1	4462	171
129	27,5	127	580	22,7	3273	196
130	21,4	138	487	23,6	4362	205
131	19,8	85	491	28,1	2315	170
132	25,6	142	496	23,9	1422	156
133	32,3	160	539	22,5	1412	157
134	24,3	83	426	25,3	1282	167
135	28,1	127	554	25,1	2335	190
136	28,3	116	766	27,5	1492	206
137	18,4	113	476	24,3	3336	163
138	23,6	101	419	28,8	2366	175
139	29,3	105	556	29,9	1352	195
140	24,6	127	604	32,0	2362	169
141	29,2	75	594	32,1	3342	136
142	32,5	106	439	26,6	2304	120
143	18,0	108	701	25,7	1392	130
144	25,6	93	561	25,9	2341	180
145	27,9	116	676	24,6	3282	186
146	23,8	120	586	23,7	2376	166
147	24,0	130	647	23,0	1286	155
148	28,3	108	473	21,8	2312	206
149	36,5	85	525	31,7	1320	188
150	25,3	93	426	23,3	2415	166
151	28,4	123	510	28,1	1267	156
152	27,3	104	416	24,8	2332	166
153	24,7	100	829	23,1	1552	120
154	26,3	120	636	23,3	2508	159
155	27,3	112	700	26,4	1228	156
156	25,8	130	540	23,5	2361	180
157	27,3	85	656	21,3	1320	126

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
158	29,9	152	526	24,1	2319	186
159	21,9	104	513	24,1	1324	152
160	30,4	122	486	32,3	2430	140
161	26,4	96	666	27,1	1318	146
162	23,8	166	508	28,1	2290	176
163	30,9	167	521	27,7	3321	236
164	26,5	173	479	28,6	3298	168
165	32,6	128	597	30,5	2306	125
166	27,3	124	688	33,7	3233	170
167	27,8	127	598	32,8	2453	137
168	30,7	140	637	24,4	3285	145
169	29,9	152	481	20,4	2429	175
170	28,3	130	608	25,9	3355	190
171	29,9	87	506	26,6	2313	129
172	27,6	85	513	22,6	1375	126
173	32,9	123	496	21,4	1283	122
174	21,9	126	566	23,9	2244	126
175	36,8	117	801	24,0	3382	208
176	23,8	124	717	23,1	1463	138
177	27,6	125	698	21,6	2301	104
178	20,4	99	504	27,3	3300	116
179	25,3	156	639	32,3	2381	137
180	25,4	159	714	34,2	1335	138
181	25,6	120	514	23,8	2292	134
182	24,8	128	497	35,1	3386	100
183	28,5	176	509	34,0	2326	143
184	19,5	142	492	35,5	1366	157
185	29,5	115	416	35,2	2414	166
186	23,6	150	522	38,4	3274	128
187	21,5	156	527	31,6	2291	178
188	24,8	138	612	29,7	1352	138
189	24,3	90	536	27,6	2427	186
190	32,6	120	429	25,0	3311	152
191	19,8	95	416	26,4	1304	201
192	27,6	91	576	31,2	2349	191
193	19,3	95	418	26,0	3308	208
194	27,9	78	640	31,8	2268	178
195	24,7	115	743	34,1	1366	156
196	28,3	75	614	29,8	2266	187
197	24,6	56	497	24,9	3378	161
198	31,3	86	558	33,9	2340	112

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
199	26,3	98	850	34,8	1401	119
200	39,5	115	468	26,1	2263	121
201	40,6	68	518	27,8	31354	158
202	35,6	122	522	29,5	3215	140
203	36,9	120	638	28,6	3166	179
204	29,6	99	774	27,8	1237	136
205	29,8	99	576	21,7	1108	176
206	29,3	96	476	24,9	1470	182
207	33,5	117	478	29,5	1466	161
208	31,8	98	585	36,9	2518	102
209	28,8	76	687	31,8	1516	107
210	35,7	97	897	32,5	1506	103
211	26,6	127	801	37,6	1525	113
212	27,3	109	608	31,4	1382	111
213	33,8	136	708	32,6	2458	132
214	29,8	66	513	28,8	1462	118
215	37,6	130	523	30,3	2360	105
216	25,7	139	831	31,8	1316	185
217	35,6	164	631	23,3	3162	110
218	35,6	118	733	25,1	2396	195
219	30,6	97	438	22,8	1316	137
220	29,8	109	540	20,9	2350	180
221	34,4	100	641	22,6	2292	156
222	31,3	126	443	23,4	3310	150
223	34,3	134	546	31,3	3376	174
224	21,5	163	646	31,5	3360	172
225	36,1	116	835	31,4	2393	118
226	43,3	113	550	34,0	1385	197
227	26,3	108	671	20,0	2380	168
228	27,6	109	780	21,0	2406	138
229	41,3	127	654	23,3	3395	140
230	21,5	77	554	27,4	1403	195
231	25,6	73	456	28,2	1312	123
232	22,4	158	557	29,4	3353	120
233	22,3	165	662	24,2	2282	113
234	22,4	172	563	25,5	3350	160
235	23,4	108	765	23,8	2373	192
236	18,5	104	565	23,3	3401	106
237	19,6	129	866	25,6	2423	117
238	19,8	127	766	23,8	3180	168
239	18,3	139	567	21,6	4365	190

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
240	25,8	117	867	25,5	3271	122
241	26,3	107	541	19,9	3392	115
242	32,7	92	473	21,8	1423	157
243	21,8	100	676	36,8	2344	126
244	18,3	106	576	28,1	1490	147
245	18,5	126	677	38,6	2395	159
246	29,3	115	582	28,1	1454	116
247	19,7	117	483	29,6	2473	126
248	31,6	133	584	28,2	2395	142
249	21,9	127	685	26,4	2458	195
250	12,5	386	759	36,5	4321	132
251	27,1	68	486	34,6	1293	190
252	20,9	70	594	35,6	1381	160
253	25,7	95	694	29,2	1355	115
254	21,6	119	595	24,4	2361	127
255	22,1	95	760	26,7	1370	182
256	20,1	123	765	25,8	2396	165
257	32,9	120	685	29,3	2335	145
258	25,9	113	551	23,7	2353	165
259	32,3	160	461	24,7	3333	130
260	28,4	92	673	25,9	1295	118
261	26,4	106	551	27,3	3380	166
262	21,6	117	471	26,8	2203	122
263	25,1	108	802	29,8	2390	192
264	23,6	90	533	31,8	3363	134
265	30,9	122	723	33,8	1352	111
266	27,0	115	801	27,3	2441	170
267	28,5	157	544	33,1	2530	107
268	30,0	126	491	33,6	2320	101
269	21,3	47	549	37,9	995	120
270	23,3	55	683	37,5	1370	185
271	21,0	116	678	23,5	2370	161
272	19,1	126	493	26,5	3335	150
273	20,8	142	582	27,8	2375	161
274	29,6	95	578	29,7	3373	150
275	29,5	132	414	39,1	2373	127
276	30,0	90	702	39,4	3345	114
277	29,6	160	404	38,7	2312	186
278	32,2	115	533	39,1	1373	125
279	21,5	127	401	39,3	2343	128
280	25,6	82	404	39,6	1453	196

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
281	26,4	165	661	27,8	3432	180
282	27,6	145	731	28,9	2370	107
283	22,4	165	472	23,4	3423	105
284	23,5	130	421	25,6	2410	102
285	23,7	130	413	27,8	3510	165
286	22,0	118	513	26,5	2351	125
287	21,5	66	803	27,9	1280	123
288	23,8	122	702	29,3	2344	162
289	22,0	92	402	27,3	1396	118
290	19,8	134	531	25,6	2406	123
291	23,7	111	653	26,5	2404	157
292	18,1	170	871	27,6	3426	142
293	20,0	107	574	28,3	1301	116
294	36,8	92	443	29,7	1382	220
295	27,7	138	661	27,2	2318	170
296	29,2	92	705	28,7	1351	146
297	30,7	78	806	30,2	1302	141
298	22,2	108	580	21,7	2392	131
299	24,0	125	431	23,5	2373	119
300	21,7	93	500	21,2	1360	97
301	19,8	80	406	19,3	1480	145
302	21,5	81	449	21,0	2343	127
303	22,3	107	401	21,8	2303	116
304	30,2	137	530	29,7	2301	128
305	30,7	112	615	30,2	2331	189
306	30,3	152	756	29,8	3357	130
307	32,9	75	812	32,4	1331	116
308	22,2	66	721	21,7	1476	225
309	26,3	38	568	25,8	815	224
310	27,1	126	465	26,6	2352	130
311	28,3	66	796	27,8	1327	139
312	23,1	169	606	22,6	3423	164
313	27,9	125	495	36,1	2476	109
314	22,7	86	500	37,1	1451	100
315	37,5	127	512	35,2	2453	126
316	24,9	113	528	33,1	2474	134
317	22,7	222	541	32,2	2482	163
318	17,6	221	546	31,3	3499	116
319	18,6	198	546	33,1	4410	113
320	32,3	116	547	30,0	2461	123
321	27,6	129	548	29,6	3443	73

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
322	21,6	137	550	29,2	2471	77
323	30,1	146	566	31,1	3511	158
324	22,5	179	570	34,5	4530	165
325	30,1	151	624	26,7	4520	172
326	22,5	157	413	23,5	3536	108
327	19,9	137	513	24,5	2477	104
328	26,5	142	511	31,8	3503	129
329	31,8	97	494	31,8	2482	127
330	21,6	93	412	33,8	1462	139
331	24,5	84	513	31,2	1504	117
332	26,8	164	454	32,5	2472	107
333	18,7	113	841	26,7	2526	92
334	28,5	89	501	28,7	1417	100
335	24,5	127	464	39,7	3561	106
336	26,6	57	541	31,5	1422	126
337	32,4	97	462	34,2	1473	115
338	29,7	100	441	32,7	2432	117
339	32,6	120	416	28,5	2396	133
340	23,8	123	524	27,6	2389	127
341	24,7	125	583	29,7	2381	125
342	26,0	188	403	32,5	3449	168
343	29,5	116	511	31,6	1429	170
344	23,3	115	414	36,1	2439	195
345	29,0	194	794	34,2	4444	119
346	19,6	107	871	29,7	3481	194
347	18,9	103	501	39,8	2385	158
348	28,1	113	443	24,8	2495	125
349	40,7	111	641	27,5	2445	113
350	21,1	132	452	29,6	1415	87
351	32,3	118	573	23,6	2447	106
352	23,8	105	491	27,8	1441	101
353	27,9	125	495	36,1	2476	109
354	22,7	86	500	37,1	1451	100
355	37,5	127	512	35,2	2453	126
356	24,9	113	528	33,1	2474	134
357	22,7	222	541	32,2	3482	163
358	17,6	221	546	31,3	5499	116
359	18,6	198	546	33,1	4410	113
360	32,3	116	547	30,0	3461	123
361	27,6	129	548	29,6	2443	73
362	21,6	137	550	29,2	2471	77

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
363	30,1	146	566	31,1	3511	158
364	22,5	179	570	34,5	4530	165
365	30,1	151	624	26,7	3520	172
366	22,5	157	413	23,5	3536	108
367	19,9	137	513	24,5	3477	104
368	26,5	142	511	31,8	3503	129
369	31,8	97	494	31,8	2482	127
370	21,6	93	412	33,8	1462	139
371	24,5	84	713	31,2	1504	117
372	26,8	164	754	32,5	3472	107
373	18,7	113	641	26,7	2526	92
374	28,5	89	501	28,7	1417	100
375	24,5	127	464	39,7	2561	106
376	26,6	57	541	31,5	1422	126
377	32,4	97	462	34,2	1473	115
378	29,7	100	441	32,7	2432	117
379	32,6	120	416	28,5	3396	133
380	23,8	123	724	27,6	3389	127
381	24,7	125	583	29,7	2381	125
382	26,0	188	403	32,5	5449	168
383	29,5	116	511	31,6	3429	170
384	23,3	115	414	36,1	2439	195
385	29,0	194	694	34,2	5444	119
386	19,6	107	571	29,7	3481	194
387	18,9	103	801	39,8	2385	158
388	28,1	113	443	24,8	2495	125
389	40,7	111	741	27,5	2445	113
390	21,1	132	452	29,6	2415	87
391	32,3	118	573	23,6	2447	106
392	23,8	105	491	27,8	2441	101
393	18,2	85	653	29,8	1442	127
394	34,8	110	763	30,1	1526	113
395	28,1	95	424	31,1	1486	187
396	26,6	137	483	32,2	2491	144
397	22,8	80	431	27,8	1370	104
398	30,2	156	523	29,5	3366	125
399	20,4	150	442	31,2	2418	138
400	26,6	74	422	32,8	1416	173
401	31,2	72	572	27,8	1408	167
402	42,8	118	643	29,5	2425	143
403	19,2	97	791	31,5	2282	138

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
404	21,6	140	582	32,7	3358	128
405	26,3	101	481	24,1	2317	116
406	27,8	120	512	28,9	2293	194
407	26,3	85	524	25,1	1370	142
408	24,6	161	481	27,3	303	124
409	34,7	150	541	29,3	4394	113
410	32,8	127	702	33,1	3363	125
411	33,8	114	672	31,3	2337	186
412	27,4	186	581	35,2	5456	127
413	22,6	125	422	22,7	3332	113
414	31,7	128	724	23,9	2317	222
415	25,9	96	653	24,5	1467	221
416	28,0	180	542	25,6	3372	198
417	25,8	107	433	27,7	2336	110
418	37,5	105	812	28,9	2365	129
419	26,6	102	615	29,7	2382	137
420	37,4	65	588	29,1	1426	166
421	21,5	125	461	27,3	2295	146
422	31,4	123	531	23,1	2385	179
423	26,5	162	704	27,1	3345	151
424	32,3	118	433	25,1	2292	157
425	27,6	123	551	27,1	3313	137
426	23,7	157	404	27,8	4337	142
427	18,1	142	644	28,9	4403	192
428	20,0	116	492	29,1	3375	193
429	36,8	220	472	21,7	6323	184
430	26,3	140	431	23,7	2452	164
431	27,8	88	431	27,8	1392	113
432	26,4	162	559	25,7	3364	185
433	24,6	104	623	26,8	2366	127
434	34,7	195	773	27,3	5374	157
435	32,8	187	554	23,2	4374	197
436	33,8	91	536	24,5	1416	100
437	27,4	105	589	25,6	2366	120
438	22,6	114	720	27,8	3464	123
439	31,7	167	421	23,8	3336	125
440	25,9	122	432	21,3	2384	188
441	28,0	85	566	23,8	1350	116
442	25,8	91	493	24,5	1340	115
443	37,5	126	483	26,8	3465	194
444	26,6	102	480	27,4	2362	177

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
445	37,4	125	520	28,3	3407	126
446	21,5	117	615	30,2	3340	137
447	31,5	90	521	33,4	2463	139
448	26,5	100	583	32,5	1465	157
449	32,2	82	423	22,1	1395	133
450	27,6	78	554	23,6	1286	142
451	34,2	120	684	22,8	2374	167
452	24,8	113	426	34,1	2355	121
453	24,4	133	532	27,1	3366	100
454	23,8	142	593	22,7	3337	112
455	22,7	167	513	22,7	3407	103
456	28,3	121	404	23,8	2424	129
457	29,4	100	483	24,8	2298	137
458	28,6	112	466	25,3	2393	166
459	22,6	103	496	25,2	1326	119
460	26,7	129	421	24,9	3373	116
461	28,9	137	569	27,9	2514	126
462	30,1	166	433	31,4	3367	176
463	26,3	119	673	24,4	2445	180
464	29,7	116	583	27,3	2404	161
465	22,0	126	516	24,7	2403	168
466	17,5	76	547	26,1	1307	175
467	15,6	80	735	23,8	1358	111
468	19,5	161	405	29,3	4346	107
469	20,3	168	403	27,8	4345	132
470	21,3	175	803	27,3	5373	130
471	23,4	111	559	26,5	2345	142
472	20,6	107	487	25,4	2385	120
473	18,5	132	611	26,1	3406	110
474	28,4	130	717	27,3	3328	195
475	18,8	130	515	25,3	3350	130
476	26,5	142	554	25,7	3334	109
477	25,0	120	409	26,3	3300	129
478	34,1	110	483	25,3	2383	118
479	34,5	95	449	22,7	2515	120
480	32,8	103	409	23,8	2395	136
481	24,4	109	512	27,8	3457	130
482	28,0	129	681	26,8	2483	128
483	31,2	118	443	24,7	3382	171
484	28,5	120	553	25,3	4443	173
485	24,5	136	578	26,8	4325	196

Продовж. додатку Д

A	1	2	3	4	5	6
486	26,4	130	424	32,5	2395	122
487	27,5	128	520	23,8	3445	197
488	26,5	71	541	25,1	1475	161
489	40,6	73	517	21,8	1445	128
490	42,7	96	493	27,3	1485	116
491	30,8	122	463	24,5	2506	190
492	26,8	97	507	23,8	2421	109
493	28,0	161	608	27,8	4450	104
494	15,1	128	483	26,3	3434	130
495	14,3	116	534	27,5	3400	116
496	14,8	90	605	25,4	2483	190
497	15,2	109	425	21,2	1615	147
498	15,4	104	503	22,3	2495	107
499	15,6	130	407	23,4	4557	128
500	16,5	116	551	26,6	3583	141
501	16,6	190	404	36,6	5483	176

Вихідна інформація до індивідуальних завдань
«Побудова групових таблиць для групування малої сукупності.
Аналітичне групування»

№ пп	Чисельність працівників, осіб	Фонд оплати праці, тис. грн	Виробництво валової продукції, тис. грн	Середньорічна вартість основних виробничих засобів, тис. грн
А	1	2	3	4
1	157	2536,6	3680,4	8221,50
2	263	1900,6	3165,1	11211,52
3	226	3371,4	3864,4	6459,00
4	239	2817,7	4089,1	6706,52
5	173	3590,3	4057,6	11340,42
6	434	4485,8	3038,5	10651,52
7	426	5456,9	4250,9	9469,98
8	393	4345,2	4675,7	8329,86
9	434	3165,2	3449,0	8677,76
10	271	2251,9	2582,8	4669,28
11	323	3058,2	3613,2	5420,16
12	165	1563,4	3974,4	2999,20
13	277	2045,6	2931,6	10093,12
14	237	1810,1	2195,3	6817,44
15	251	1858,6	3071,2	11541,0
16	181	2619,8	3378,2	13413,6
17	413	2263,6	2491,9	10520,28
18	405	2384,1	3096,0	11200,8
19	374	3277,9	3840,6	11980,8
20	413	4028,4	4101,5	6439,68
21	141	1482,9	3348,1	8200,8
22	237	2810,6	3861,6	7843,92
23	203	2694,3	4494,5	7536,20
24	215	3736,0	4716,3	9228,24
25	155	2531,2	4075,9	9703,80
26	391	3337,2	4512,4	10696,32
27	383	3311,2	5050,3	9669,60
28	354	2210,7	4008,8	6270,00
29	391	3337,2	3464,5	6049,80
30	244	2835,0	3835,5	6929,12
31	290	2993,0	4292,8	9671,04
32	148	1507,1	3407,5	9256,00
33	249	851,1	2944,8	11747,7

Продовж. додатку Ж

A	1	2	3	4
34	159	1636,6	3580,4	6840,00
35	263	2900,6	3165,1	8436,48
36	226	2771,4	3864,4	7595,28
37	239	1817,7	4089,1	6216,00
38	173	1590,3	4057,6	13080,48
39	434	2917,0	3038,5	11383,2
40	426	3456,9	4250,9	11603,52
41	393	2345,2	4675,7	8054,86
42	434	3369,0	3449	10796,80
43	271	2319,0	2582,8	6608,80
44	323	3103,4	3613,2	7972,80
45	165	1563,4	3974,4	6529,32
46	277	1945,6	2931,6	7995,26
47	237	2810,0	2195,3	5042,20
48	251	2841,0	3071,2	7422,24
49	181	1619,8	3378,2	7214,22
50	413	2158,0	2491,9	9636,80
51	405	2269,0	3096	11826,50
52	374	3277,9	3840,6	7727,52
53	413	3756,0	4101,5	10775,47
54	141	1482,9	3348,1	4868,35
55	237	2810,6	3861,6	5802,42
56	203	2694,3	4494,5	8769,63
57	215	2736,1	4716,3	12480,95
58	155	1531,2	4075,9	10912,76
59	391	2337,2	4512,4	9655,88
60	383	3311,2	5050,3	11481,65
61	354	2210,7	4008,8	6720,48
62	391	2337,2	3464,5	7203,62
63	244	1835,0	3835,5	9468,79
64	290	1993,0	4292,8	10870,08
65	148	1507,1	3407,5	7120,88
66	249	2851,1	2944,8	14167,06
67	413	2259,0	2491,9	12016,62
68	405	3025,0	3096,0	9412,59
69	374	2277,9	3840,6	9354,72
70	413	3411,5	4101,5	12088,84
71	141	1482,9	3348,1	11941,12
72	237	2810,6	3861,6	10620,48
73	203	2694,3	4494,5	8331,84

Продовж. додатку Ж

A	1	2	3	4
74	323	3103,4	3613,2	10142,88
75	165	1563,4	3974,4	9977,12
76	277	1945,6	2931,6	11001,40
77	237	2810,0	2195,3	9440,28
78	251	2986,0	3071,2	76668,09
79	181	1619,8	3378,2	6559,80
80	413	2259,0	2491,9	7633,34
81	405	2765,0	3096	11903,90
82	374	2277,9	3840,6	6897,85
83	413	3411,5	4101,5	12749,76
84	141	1482,9	3348,1	10250,88
85	237	2810,6	3861,6	14238,84
86	222	2694,3	4494,5	7417,60
87	215	2736,0	4716,3	6364,05
88	155	1531,2	4075,9	9454,16
89	391	2337,2	4512,4	10336,69
90	383	2311,2	5050,3	12449,25
91	354	3210,7	4008,8	8996,52
92	391	3337,2	3464,5	11526,24
93	244	2835,0	3835,5	12493,67
94	290	1993,0	4292,8	6229,08
95	148	1507,1	3407,5	8563,75
96	249	2851,1	2944,8	6621,12
97	413	2311,5	2491,9	8878,98
98	405	2918,0	3096,1	11139,50
99	374	3277,9	3840,6	8461,80
100	413	4026,0	4101,5	5594,54

Допоміжна таблиця для групування малої сукупності

Групи підприємств за ...	Підприємства	Показники						
I – до ...								
Всього по I групі	×							
В середньому по I групі	×							
II - ...								
Всього по II групі	×							
В середньому по II групі	×							
III - понад ...								
Всього по III групі	×							
В середньому по III групі	×							
Всього по сукупності	×							
В середньому по сукупності	×							

Вихідна інформація по підприємствах району

№ п/п	Підприємство	Середньо- річна вартість майна, тис. грн	в тому числі вартість		Витрати на оплату праці, тис. грн	Капітальні вкладення тис. грн	Обсяги інвестицій, тис. грн
			основних засобів, тис. грн	оборотних активів, тис. грн			
А	1	2	3	4	5	6	7
1	АО «Альянс»	5648,4	1583,6	3751,4	536,6	340,5	196,1
2	СГ ТОВ «Альфа»	9480,2	1632,9	6750,8	900,6	571,4	329,2
3	СТОВ «Барвінок»	8120,4	1630,5	3082,2	771,4	489,5	282,0
4	ФГ «Василівське»	8607,8	1577,3	3647,3	817,7	518,9	298,9
5	СТОВ «Веселка»	6213,2	1741,9	4471,3	590,3	374,5	215,7
6	ФГ «Ворскла»	15640,0	9941,0	5699,0	1485,8	942,7	543,1
7	АТ «Гайворони»	15336,2	10489,1	4846,9	1456,9	924,4	532,5
8	ПрАТ «Глобус»	14160,0	9539,0	3769,0	1345,2	853,5	491,7
9	СТОВ «Дружба»	15640,0	9941,0	4847,0	1485,8	942,7	543,1
10	ФГ «Дніпро»	9766,5	4882,3	4304,9	927,8	588,7	339,1
11	ТОВ «Еней»	11614,4	5165,8	6372,2	1103,4	700,1	403,3
12	СП «Зірка»	5930,8	1085,1	4126,5	563,4	357,5	205,9
13	ФГ «Злагода»	9954,2	1662,8	7425,9	945,6	600,0	345,6
14	СГП «Зоря»	8526,4	1714,5	3390,4	810,0	514,0	296,1
15	СП «Іскра»	9038,2	1712,0	4012,0	858,6	544,8	313,8
16	ПАТ «Калина»	6523,9	1656,2	4024,2	619,8	393,2	226,5
17	ФГ «Козацьке»	14858,0	8946,9	5129,1	1411,5	895,6	515,9
18	СГП «Кремінь»	14569,4	9440,2	4362,2	1384,1	878,2	505,9

Продовж. додатку Л

A	1	2	3	4	5	6	7
19	ПрАТ «Крок»	13452,0	8585,1	4145,9	1277,9	810,9	467,1
20	СГП «Київське»	14858,0	8946,9	5331,7	1411,5	895,6	515,9
21	ПАТ «Лан»	5083,6	1330,2	3226,2	482,9	306,4	176,5
22	СГП «Левада»	8532,2	1371,6	5805,7	810,6	514,3	296,3
23	АФ «Макарівська»	7308,4	1369,6	2650,7	694,3	440,5	253,8
24	СП «Мрія»	7747,0	1324,9	3136,7	736,0	467,0	269,0
25	СТОВ «Надія»	5591,9	1463,2	3845,3	531,2	337,1	194,2
26	ФГ «Нива»	14076,0	8350,4	4901,1	1337,2	848,5	488,8
27	ПрАТ «Обрій»	13802,6	8810,8	4168,3	1311,2	832,0	479,3
28	СС «Партнер»	12744,0	8012,8	3241,3	1210,7	768,2	442,5
29	ПП «Полтавське»	14076,0	8350,4	4168,4	1337,2	848,5	488,8
30	АО «Ранок»	8789,9	4101,1	3702,2	835,0	529,8	305,2
31	СТОВ «Світанок»	10453,0	4339,3	5480,1	993,0	630,1	363,0
32	ПрАТ «Сигма»	5337,7	911,5	3548,8	507,1	321,7	185,3
33	ФГ «Травневе»	8958,8	1396,7	6386,3	851,1	540,0	311,1
34	СГП «Триада»	7673,8	1440,2	2915,8	729,0	462,6	266,5
35	ТОВ «Україна»	8134,4	1438,1	3450,3	772,8	490,3	282,4
36	ПАТ «Устимівка»	5871,5	1391,2	3460,8	557,8	353,9	203,9
37	ФГ «Шахівське»	13372,2	7515,4	4411,0	1270,4	806,0	464,3
38	СГП ім. Шевченка	13112,5	7929,8	3751,5	1245,7	790,4	455,3
39	АО «Явір»	12106,8	7211,5	3565,5	1150,1	729,8	420,4
40	ЗАТ «Яреськи»	13372,2	7515,4	4585,3	1270,4	806,0	464,3

Продовж. додатку Л

№ п/п	Площа сільськогосподар- ських угідь, га	Чисельність працівників, осіб	в тому числі		Виробництво валової продукції, тис. грн	в тому числі	
			працівників рослинництва, осіб	працівників тваринництва, осіб		виробництво валової продукції рослинництва, тис. грн	виробництво валової продукції тваринництва, тис. грн
А	8	9	10	11	12	13	14
1	2627	157	110	47	3680,4	2539,5	1140,9
2	2570	263	184	79	3165,1	2183,9	981,2
3	3226	226	158	68	3864,4	2666,4	1198,0
4	3419	239	167	72	4089,1	2821,5	1267,6
5	2468	173	121	52	4057,6	2799,8	1257,9
6	6213	434	304	130	3038,5	2096,6	941,9
7	6092	426	298	128	4250,9	2933,1	1317,8
8	5625	393	275	118	4675,7	3226,3	1449,5
9	6213	434	304	130	3449,0	2379,8	1069,2
10	3879	271	190	81	2582,8	1782,1	800,7
11	4613	323	226	97	3613,2	2493,1	1120,1
12	2356	165	115	49	3974,4	2742,3	1232,1
13	3954	277	194	83	2931,6	2022,8	908,8
14	3387	237	166	71	2195,3	1514,8	680,6
15	3590	251	176	75	3071,2	2119,2	952,1
16	2591	181	127	54	3378,2	2331,0	1047,2
17	5902	413	289	124	2491,9	1719,4	772,5
18	5787	405	283	121	3096,0	2136,3	959,8

Продовж. додатку Л

A	8	9	10	11	12	13	14
19	5343	374	262	112	3840,6	2650,0	1190,6
20	5902	413	289	124	4101,5	2830,0	1271,5
21	2019	141	99	42	3348,1	2310,2	1037,9
22	3389	237	166	71	3861,6	2664,5	1197,1
23	2903	203	142	61	4494,5	3101,2	1393,3
24	3077	215	151	65	4716,3	3254,2	1462,0
25	2221	155	109	47	4075,9	2812,4	1263,5
26	5591	391	274	117	4512,4	3113,5	1398,8
27	5483	383	268	115	5050,3	3484,7	1565,6
28	5062	354	248	106	4008,8	2766,1	1242,7
29	5591	391	274	117	3464,5	2390,5	1074,0
30	3492	244	171	73	3835,5	2646,5	1189,0
31	4152	290	203	87	4292,8	2962,0	1330,8
32	2120	148	104	44	3407,5	2351,2	1056,3
33	3559	249	174	75	2944,8	2031,9	912,9
34	3048	213	149	64	3260,2	2249,5	1010,7
35	3231	226	158	68	3648,8	2517,7	1131,1
36	2332	163	114	49	2896,4	1998,5	897,9
37	5312	371	260	111	2503,1	1727,1	776,0
38	5209	364	255	109	2771,2	1912,1	859,1
39	4809	336	235	101	3101,5	2140,0	961,5
40	5312	371	260	111	2461,9	1698,7	763,2

Продовж. додатку Л

№ п/п	Виручка від реалізації про- дукції (товарів, робіт, послуг) по підприємству, тис. грн	в тому числі		Собівартість реалізованої продукції (товарів, робіт, послуг) по підприємству, тис. грн	в тому числі	
		виручка від реалізації продукції рослинництва, тис. грн	виручка від реалізації продукції тваринництва, тис. грн		собівартість реалізованої продукції рослинництва, тис. грн	собівартість реалізованої продукції тваринництва, тис. грн
A	15	16	17	18	19	20
1	4193,1	2869,6	1323,5	3492,3	2207,4	1284,9
2	3606,0	2467,9	1138,2	2900,9	1762,8	1138,2
3	4402,7	3013,1	1389,6	3628,7	2317,8	1311,0
4	4658,7	3188,3	1470,4	3978,2	2550,6	1427,6
5	4622,9	3163,7	1459,1	3626,6	2181,9	1444,7
6	3461,8	2369,1	1092,7	3024,9	1974,3	1050,6
7	4843,0	3314,4	1528,6	4005,4	2549,5	1455,8
8	5327,1	3645,7	1681,4	4436,8	2804,4	1632,4
9	3929,4	2689,2	1240,3	3350,2	2134,3	1215,9
10	2942,5	2013,8	928,8	2535,2	1611,0	924,1
11	4116,6	2817,2	1299,3	3308,9	2071,5	1237,4
12	4528,0	3098,8	1429,2	3565,1	2229,4	1335,7
13	3340,0	2285,8	1054,2	2780,5	1799,8	980,7
14	2501,2	1711,7	789,4	2067,1	1316,7	750,4
15	3499,1	2394,7	1104,4	3106,9	2012,3	1094,6
16	3848,8	2634,0	1214,8	3062,4	1908,7	1153,7
17	2839,0	1942,9	896,1	2348,8	1494,6	854,2
18	3527,3	2414,0	1113,3	2950,6	1856,9	1093,7

Продовж. додатку Л

A	15	16	17	18	19	20
19	4375,6	2994,5	1381,1	3664,1	2303,5	1360,7
20	4672,8	3197,9	1474,9	3608,0	2146,3	1461,7
21	3814,5	2610,5	1204,0	3196,7	2055,5	1141,2
22	4399,6	3010,9	1388,6	3822,7	2468,0	1354,8
23	5120,6	3504,3	1616,2	4112,0	2557,9	1554,1
24	5373,2	3677,3	1696,0	4464,1	2828,7	1635,5
25	4643,7	3178,0	1465,7	3837,8	2444,6	1393,2
26	5141,0	3518,3	1622,7	4574,9	3007,1	1567,8
27	5753,8	3937,7	1816,1	4905,2	3175,6	1729,6
28	4567,3	3125,7	1441,6	3765,5	2386,0	1379,5
29	3947,1	2701,3	1245,8	3015,1	1837,6	1177,5
30	4369,8	2990,6	1379,3	3625,4	2300,4	1324,9
31	4890,7	3347,1	1543,7	3928,8	2479,3	1449,5
32	3882,2	2656,8	1225,3	3279,3	2142,6	1136,7
33	3355,1	2296,1	1059,0	2808,2	1793,8	1014,3
34	3714,3	2542,0	1172,4	2971,4	1828,8	1142,7
35	4157,1	2845,0	1312,1	3445,5	2155,3	1290,2
36	3299,8	2258,3	1041,5	2923,1	1913,8	1009,2
37	2851,8	1951,7	900,1	2300,5	1445,7	854,8
38	3157,2	2160,7	996,5	2612,0	1662,1	950,0
39	3533,6	2418,3	1115,3	2733,2	1645,1	1088,1
40	2804,9	1919,6	885,3	2314,1	1476,6	837,6

Вихідна інформація до індивідуальних завдань

№ п/п	Вартість майна, тис. грн	Рівень рентабель- ності, %	Середня продуктив- ність праці тис. грн за люд.-день,	Кількість відпрацьо- ваних одним працівником людино-днів	Прибуток, тис. грн	Отримано валової продукції на 1 га, тис. грн	Рівень механізації виробничих процесів, %	Фондо- озброєність, тис. грн
А	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2684	26,3	6,12	21	174,34	15,39	5,95	39,15
2	4387	19,9	4,95	16	154,95	15,41	14,67	36,88
3	2970	26,3	5,41	25	169,61	17,51	32,70	43,06
4	2813	27,5	5,75	19	201,35	13,97	29,05	39,22
5	3892	25,1	5,29	21	202,35	14,29	13,62	41,54
6	2204	21,9	5,33	22	190,24	11,58	6,45	30,26
7	2592	23,0	6,15	19	175,04	14,81	59,87	38,34
8	1543	20,9	4,18	18	197,45	12,88	14,98	42,07
9	2240	22,4	3,88	26	136,22	16,45	47,18	41,72
10	3026	11,2	5,64	16	180,53	11,22	39,70	26,53
11	2741	23,6	5,46	18	194,52	14,09	40,69	37,64
12	2974	24,5	6,41	14	215,43	13,80	22,56	37,49
13	3443	18,7	5,71	24	133,00	25,89	60,61	51,82
14	5318	27,7	5,92	14	224,07	14,81	21,66	40,58
15	3108	26,3	5,74	15	230,63	13,70	20,86	38,47
16	2933	16,1	3,98	18	235,01	12,48	10,87	41,40
17	4359	21,1	5,96	17	217,19	10,80	35,53	34,38
18	3102	16,0	4,52	15	186,93	16,59	51,05	46,67
19	2812	14,6	6,19	18	161,78	17,38	37,97	41,60

Продовж. додатку М

A	1	2	3	4	5	6	7	8
20	1958	15,3	7,74	24	161,82	12,10	42,44	33,54
21	2267	16,0	5,08	17	174,33	13,00	39,73	40,2
22	4520	10,4	7,33	28	179,65	14,02	44,89	40,02
23	2002	18,9	5,63	14	201,18	5,95	26,82	38,45
24	3210	14,1	6,77	18	183,3	12,06	67,74	36,62
25	2231	17,6	6,47	18	253,95	8,78	19,79	35,94
26	5245	19,2	6,48	16	265,13	8,47	15,69	37,14
27	2042	24,3	6,17	17	206,22	9,90	19,43	31,60
28	1087	24,8	7,58	20	192,93	10,82	17,95	31,35
29	4185	24,5	6,32	18	192,53	11,35	23,19	33,61
30	2604	22,7	6,20	16	265,06	9,82	22,54	39,37
31	6495	23,9	7,63	23	209,23	11,93	31,80	35,04
32	3130	23,7	7,27	20	181,08	11,76	16,99	35,60
33	2025	23,6	6,16	19	181,82	11,14	16,86	34,35
34	1986	22,9	6,54	19	253,74	7,83	19,73	30,00
35	4180	20,2	5,83	16	184,65	11,81	50,15	40,56
36	2516	30,1	5,97	22	192,91	13,04	37,25	38,36
37	2386	26,5	5,82	20	176,47	13,52	25,81	38,85
38	5227	28,9	6,90	21	196,84	11,31	12,06	38,93
39	2066	21,9	5,98	17	209,94	9,98	65,32	37,20
40	3248	21,4	4,61	17	206,55	10,88	14,57	42,66
41	4394	21,9	5,43	19	207,01	11,56	29,60	38,54
42	2350	16,9	5,96	16	358,96	6,57	22,63	33,74
43	2294	14,6	6,70	16	202,17	11,35	0,39	37,55
44	1859	21,2	5,54	20	172,95	10,75	10,64	36,24

Продовж. додатку М

A	1	2	3	4	5	6	7	8
45	1734	18,2	6,05	21	156,18	11,11	28,89	25,91
46	2102	19,4	6,70	23	188,30	11,17	23,16	26,74
47	3264	14,3	7,60	17	186,71	12,13	7,19	29,66
48	2825	21,9	6,33	24	186,80	15,13	20,93	44,18
49	4341	19,6	7,96	18	192,35	12,17	2,12	30,83
50	2127	21,8	7,22	19	172,88	12,31	14,44	31,70
51	2630	21,3	6,53	15	197,88	13,29	28,81	43,04
52	5517	22,0	7,55	23	201,53	12,49	73,20	36,68
53	3181	25,1	5,70	18	176,91	12,33	13,34	36,42
54	2526	20,7	7,66	17	222,56	11,35	8,29	38,00
55	3476	10,1	6,12	22	226,83	10,91	12,35	46,16
56	5195	18,8	5,56	19	185,28	11,85	32,04	31,17
57	2211	14,5	5,14	22	232,17	9,52	35,06	37,22
58	6412	15,8	6,34	15	211,14	11,42	5,58	35,03
59	2822	17,8	4,91	20	130,25	21,66	47,30	42,10
60	3298	22,3	6,10	23	148,45	15,48	62,77	33,19
61	2498	22,3	7,53	19	190,11	13,14	21,10	31,49
62	4670	21,3	4,54	20	171,64	15,55	16,25	38,08
63	2482	23,8	6,58	20	165,79	14,98	15,83	38,71
64	6500	19,1	4,48	20	210,83	11,86	28,63	32,10
65	2570	18,1	5,04	17	178,73	14,38	35,27	40,52
66	5119	24,5	4,97	16	192,72	16,18	37,67	44,50
67	3126	23,1	5,00	17	210,42	14,86	50,68	46,26
68	3181	22,2	6,68	15	230,62	13,79	9,27	41,97
69	4470	26,8	6,18	17	194,24	12,73	39,47	37,54

Продовж. додатку М

A	1	2	3	4	5	6	7	8
70	3068	23,8	6,32	17	209,15	14,64	6,72	40,18
71	2952	27,4	5,84	14	182,24	16,20	66,03	36,17
72	2946	27,1	6,15	18	196,72	14,98	45,91	38,18
73	2878	21,7	5,30	17	180,84	15,92	34,97	36,54
74	2829	26,7	5,70	18	195,48	14,47	11,90	37,84
75	1625	23,1	7,28	35	147,66	11,01	47,92	29,13
76	2064	16,5	5,41	18	192,13	10,74	8,97	37,11
77	2720	27,0	6,77	14	208,21	13,06	18,78	40,77
78	2766	34,6	6,72	20	207,48	13,33	11,45	37,04
79	2672	29,9	6,47	21	182,76	14,62	51,65	48,56
80	2847	26,2	6,71	17	199,53	14,27	47,41	40,28
81	2963	21,9	5,71	17	202,33	14,65	8,70	45,25
82	2472	25,3	6,05	18	205,23	12,04	56,52	39,02
83	2484	26,7	6,30	17	203,60	12,20	38,10	34,95
84	2559	23,9	5,39	20	182,20	14,04	33,54	37,94
85	2615	25,4	7,53	16	194,74	13,43	14,42	43,11
86	2621	25,4	5,66	19	189,62	13,82	29,60	38,88
87	2650	25,7	6,10	27	129,59	20,45	49,40	42,60
88	3199	26,5	6,67	17	214,28	14,93	47,74	42,87
89	3137	24,7	7,00	14	185,24	16,93	50,60	45,59
90	3090	26,5	6,38	21	191,71	16,12	43,66	45,74
91	3018	28,9	6,11	18	208,64	14,47	19,06	41,53
92	2103	21,0	5,34	20	196,94	10,68	29,76	36,52
93	2500	17,4	37,47	19	198,98	13,86	8,58	35,62
94	2575	17,7	5,26	16	21,71	12,05	24,04	36,59

Продовж. додатку М

A	1	2	3	4	5	6	7	8
95	2198	20,8	5,49	21	191,97	11,45	14,02	38,71
96	2409	19,2	5,77	20	182,96	13,17	16,01	40,33
97	2246	21,4	5,43	18	195,21	11,50	18,70	41,50
98	2502	19,3	6,80	22	185,72	13,48	22,52	36,12
99	2209	22,1	5,24	27	153,50	14,39	32,49	35,60
100	2416	20,3	5,22	18	197,80	12,22	20,96	36,81
101	2211	22,2	5,37	16	223,59	9,89	8,42	33,10
102	2971	20,6	5,91	18	265,44	11,20	38,81	44,83
103	2240	27,2	5,16	20	196,98	11,67	15,64	35,59
104	2524	24,08	6,20	28	131,66	19,18	54,17	41,73
105	2491	24,0	5,40	18	241,71	10,31	8,23	36,88
106	2736	21,8	6,64	22	207,34	13,20	38,99	33,66
107	2557	23,2	7,18	15	176,74	14,47	20,33	34,39
108	2301	25,5	5,34	20	172,32	13,36	39,71	39,85
109	2941	19,7	7,80	18	192,84	15,25	11,32	41,59
110	2738	21,1	6,87	21	178,28	15,36	6,98	37,22
111	2373	24,0	5,59	21	143,63	16,66	46,97	37,46
112	2315	24,4	5,90	19	200,57	11,55	10,13	32,04
113	2598	20,1	5,28	19	199,23	13,04	12,39	41,37
114	2549	21,8	5,60	23	162,42	15,70	25,53	44,68
115	2507	22,2	6,37	19	170,96	14,66	34,21	36,02
116	2492	22,1	6,12	13	256,60	9,71	16,27	38,00
117	2378	23,1	5,95	18	188,87	12,59	31,39	44,50
118	2100	26,2	6,18	20	181,77	11,55	9,18	33,24
119	2448	23,2	6,24	18	176,56	13,36	11,78	39,66

Продовж. додатку М

A	1	2	3	4	5	6	7	8
120	2099	25,8	5,96	19	190,87	11,00	14,68	30,45
121	2475	21,7	7,39	16	188,56	13013	20,58	37,40
122	2571	20,8	6,00	18	177,71	14,47	25,98	36,85
123	2379	22,13	5,28	20	196,16	12,13	12,16	36,48
124	2784	19,00	6,93	14	192,21	14,26	15,35	39,69
125	2067	25,6	6,06	18	203,81	10,14	13,18	32,89
126	2430	21,5	7,12	18	162,99	14,91	3,68	35,17
127	2342	22,2	5,57	20	277,0	11,67	16,70	30,16
128	2949	17,5	5,93	17	221,41	13,32	10,72	39,83
129	2495	20,05	5,45	22	179,80	13,88	22,54	37,82
130	2426	21,0	6,54	17	193,60	12,53	15,89	34,86
131	2275	22,3	6,00	20	187,21	12,16	26,76	35,61
132	2592	19,5	5,64	17	204,91	12,65	72,95	40,58
133	2686	18,7	6,66	19	208,16	12,90	31,98	37,78
134	2422	8,2	7,25	20	167,70	14,44	45,95	35,42
135	2396	16,8	5,70	23	172,74	12,87	4,43	34,48
136	2285	16,8	5,60	25	138,09	16,55	38,61	38,38
137	2285	11,6	4,80	20	208,04	10,95	3,58	36,69
138	2283	18,4	5,65	18	205,23	11,12	12,67	32,04
139	2265	19,1	7,17	20	171,54	13,21	46,63	36,02
140	2239	17,9	3,72	15	220,72	10,14	24,53	32,60
141	2747	11,0	5,79	19	209,86	13,09	16,58	44,22
142	2734	12,9	6,13	18	184,12	14,78	11,23	32,78
143	2603	3,9	5,05	15	238,10	10,93	27,85	44,24
144	2500	17,2	6,51	17	158,47	15,77	126,08	37,80

Продовж. додатку М

A	1	2	3	4	5	6	7	8
145	2188	18,9	5,52	21	182,40	12,00	55,47	39,83
146	2188	16,3	6,56	20	147,50	14,84	72,79	39,30
147	2439	13,5	5,51	20	210,62	11,58	14,02	40,01
148	2494	16,8	6,31	36	139,44	17,88	23,32	42,23
149	2450	20,6	5,46	23	180,00	14,00	22,50	37,80
150	2100	26,0	5,90	20	193,00	12,00	20,58	37,40

**Вихідна інформація до індивідуальних завдань
Дані соціально-економічного розвитку підприємств
Полтавської області, 2015-2019 рр.**

Показники	Роки				
	2015	2016	2017	2018	2019
Обсяг інвестицій, млн грн	9536	8828	8338	15265	15856
Середньорічна вартість основних засобів, млн грн	3753	3651	3899	4990	5142
Середньорічна вартість оборотних активів, млн грн	981,7	1025,0	1600,0	2389,7	3002,4
Середньорічна вартість капітальних вкладень, млн грн	938,4	845,9	1259,2	1579,7	1852,7
Доходи від реалізації продукції сільського господарства, млн грн	17169	15038	22578	21874	27592
Витрати виробництва продукції сільського господарства, млн. грн	15002	13307	19559	19080	25669
Фінансовий результат: прибуток (збиток), млн грн	2167,1	1731,8	3019,2	2794,2	1923,2
Рівень рентабельності виробництва продукції сільського господарства, %	27,5	30,7	36,0	23,5	19,5
Середньорічна чисельність працівників, тис. осіб	648	603	584	570	575
Продуктивність праці, тис. грн	89,8	128,8	173,2	147,8	199,1
Середньомісячна номінальна заробітна плата, грн	5783	4621	6551	7997	10906
Валова продукція, млн грн (у постійних цінах 2010 р.)	7513,1	6564,4	9493,3	8265,6	10499,9
Реалізовано продукції, млн грн	6161,6	5185,6	8259,9	7439,1	8714,9
Валове виробництво, тис. т:					
- зерно	3829,9	2853,7	5055,0	3644,7	5639,6
- цукрові буряки	2077,6	1802,5	2654,0	2894,9	1546,0
- молоко	718,0	701,4	725,4	777,8	785,0
- приріст ВРХ	15,7	15,5	15,7	19,1	21,9
Собівартість 1 т, грн:					
- зерно	151	175	220	230	236
- цукрові буряки	73	113	149	192	183
- молоко	434	546	695	713	758
- приріст ВРХ	2196	2246	2924	3180	3400

Вихідні дані для розрахунку агрегатних індексів

Показники	Позначення	Базисний рік	Звітний рік
1	2	3	4
Варіант 1 (студенти, в яких прізвище починається з літер А-Д)			
Вироблено продукції, ц:			
пшениця	q	$q_0=2000$	$q_1=2200$
молоко	q	$q_0=2500$	$q_1=2300$
Ціна 1 ц, грн:			
пшениця	p	$p_0= 450,00$	$p_1=500,00$
молоко	p	$p_0= 600,00$	$p_1=700,00$
Собівартість 1 ц, грн:			
пшениця	z	$z_0 = 400,00$	$z_1 =450,00$
молоко	z	$z_0 = 680,00$	$z_1 =770,00$
Затрати праці на 1 ц, люд.-год.			
пшениця	t	$t_0 = 0,10$	$t_1 = 0,12$
молоко	t	$t_0 = 1,20$	$t_1 = 1,10$
Варіант 2 (студенти, в яких прізвище починається з літер Є-Н)			
Вироблено продукції, ц:			
пшениця	q	$q_0=2200$	$q_1=2400$
молоко	q	$q_0=2600$	$q_1=2800$
Ціна 1 ц, грн:			
пшениця	p	$p_0= 460,00$	$p_1=510,00$
молоко	p	$p_0= 610,00$	$p_1=700,00$
Собівартість 1 ц, грн:			
пшениця	z	$z_0 = 420,00$	$z_1 =450,00$
молоко	z	$z_0 = 700,00$	$z_1 =720,00$
Затрати праці на 1 ц, люд.-год.			
пшениця	t	$t_0 = 0,11$	$t_1 = 0,12$
молоко	t	$t_0 = 1,10$	$t_1 = 1,20$

Продовж. додатку П

1	2	3	4
Варіант 3 (студенти, в яких прізвище починається з літер О-Я)			
Вироблено продукції, ц:			
пшениця	q	$q_0=2100$	$q_1=2500$
молоко	q	$q_0=2400$	$q_1=2500$
Ціна 1 ц, грн:			
пшениця	p	$p_0= 480,00$	$p_1=520,00$
молоко	p	$p_0= 650,00$	$p_1=750,00$
Собівартість 1 ц, грн:			
пшениця	z	$z_0= 400,00$	$z_1=460,00$
молоко	z	$z_0= 710,00$	$z_1=730,00$
Затрати праці на 1 ц, люд.-год.			
пшениця	t	$t_0= 0,12$	$t_1= 0,10$
молоко	t	$t_0= 1,20$	$t_1= 1,30$

**Постійні ціни 2010 року на сільськогосподарську
продукцію для розрахунку загальних індексів**

Продукція	Постійні ціни 2010 року
1	2
Продукція рослинництва	
<i>Зернові і зернобобові культури, грн за 1 ц</i>	
Пшениця (озима і яра)	102,75
Кукурудза на зерно	107,27
Рис	210,69
Ячмінь (озимий і ярий)	95,40
Жито (озиме і яре)	91,19
Овес	88,41
Просо	100,48
Гречка	357,69
Сорго на зерно	112,78
Суміш колосових й інші зернові культури	93,75
Горох	106,23
Квасоля	747,51
Сочевиця	587,08
Вика і викові суміші на зерно	233,38
Люпин на зерно (солодкий і гіркий)	534,53
Інші зернобобові культури	140,28
Солома озима і яра, полова	8,17
<i>Технічні культури, грн за 1 ц</i>	
Соняшник на зерно	284,21
Соя	236,29
Насіння льону-довгунця	212,86
Насіння льону-кудряшу	72,57
Насіння конопель	74,58
Насіння конопель південних	139,52
Гірчиця	215,72
Рицина	538,41
Рижій	932,56
Ріпак озимий	276,39
Кольза (ріпак ярий)	284,57
Мак олійний	1400,85
Інші олійні культури	651,53
Цукрові буряки (фабричні)	39,14
Тютюн	2265,90

Продовження додатку Р

1	2
Махорка	622,68
Цикорій	58,62
Хміль	3722,51
Волокно льону-довгунця	358,34
Волокно конопель	91,43
Стебло конопель південних	55,35
Інші прядильні культури	93,86
Лікарські рослини	628,58
Ефіроолійні культури	115,65
Маточники цукрових буряків	34,35
Насіння цукрових буряків	5245,08
Саджанці хмелю, грн за 1000 шт.	91,26
Саджанці троянди, грн за 1000 шт.	501,19
Черешки лаванди, грн за 1000 шт.	160,20
Черешки хмелю, грн за 1000 шт.	112,65
<i>Картопля і овоче-баштанні культури, грн за 1 ц</i>	
Картопля	100,76
Овочі закритого ґрунту	648,39
Капуста всяка	150,52
Огірки	182,11
Помідори	179,38
Буряки столові	122,74
Морква столова	182,30
Цибуля ріпчаста	185,76
Часник	809,25
Інші овочі	318,95
Продовольчі баштанні культури	54,37
Насіння овочевих культур	4906,71
Насіння зеленого горошку	98,10
Цибуля сіянка	557,16
Насіння баштанних культур	5138,97
Гриби культивовані	1056,11
<i>Плодогідні культури, грн за 1 ц</i>	
Зерняткові (яблука, груші та ін.)	201,69
Кісточкові (слива, вишня та ін.)	392,33
Горіхоплідні (волоські горіхи, мигдаль)	814,62
Субтропічні (хурма, інжир та ін.)	1645,27
Ягоди культурні (суниці, малина та ін.)	950,26
Виноград	225,18
Саджанці плодові, грн за 1000 шт.	11396,65

Продовження додатку Р

1	2
Саджанці ягідні, грн за 1000 шт.	2349,56
Саджанці винограду, грн за 1000 шт.	13324,54
Інший посадковий матеріал, грн за 1000 шт.	29,97
<i>Кормові культури, грн за 1 ц</i>	
Кормові коренеплоди	26,54
Цукрові буряки на годівлю худоби	34,42
Кормові баштанні культури	7,78
Силосні культури (без кукурудзи)	6,48
Кукурудза на силос, зелений корм, сінаж	9,37
Стебла кукурудзи, в повній стиглості	8,02
Сіно однорічних трав	21,14
Сіно багаторічних трав	17,11
Трави на зелений корм	3,81
Продукція тваринництва	
Приплід, приріст врх, грн за 1 ц	1164,16
Молоко коров'яче і буйволине, грн за 1 ц	248,66
Приплід, приріст свиней, грн за 1 ц	1273,46
Приплід, приріст овець та кіз, грн за 1 ц	1120,86
Молоко овече і козяче, грн за 1 ц	455,85
Каракульські шкурки, грн за 1 штуку	12,65
Вовна овеча, грн за 1 ц	410,14
Вовна козяча, грн за 1 ц	730,78
М'ясо коней (у живій вазі), грн за 1 ц	605,55
Молоко кобиляче, грн за 1 ц	836,97
Гній, грн за 1 ц	1,83
Поголів'я кролів, грн за 1 голову	25,98
М'ясо кролів (у забійній вазі), грн за 1 ц	1734,51
Шкурки кролів, грн. за 1 штуку	2,28
<i>Реалізація молодняка хутрових звірів, грн. за 1 голову</i>	
Норка	347,60
Лисиця	290,62
Нутрія	118,79
Песець	411,83
Інші звірі	219,28
<i>Шкури молодняка хутрових звірів (сирі), грн. за 1 штуку</i>	
Норки	244,99
Ондатри	59,83
Лисиці	179,39
Нутрії	48,42
Песця	249,51

Продовження додатку Р

1	2
Інших звірів	152,11
Приплід, приріст птиці, грн за 1 ц	890,13
Яйця, грн за тис. шт.	465,34
Бджолосім'я, грн	792,07
Мед, грн за 1 ц	2513,54
Віск, грн за 1 ц	3071,81
Кокони, грн за 1 ц	3264,76
Грена, грн за 1 кг	3065,49

Навчальний посібник

СТАТИСТИКА

Людмила Олександрівна Дорогань-Писаренко

Олена Володимирівна Єгорова

Алла Іванівна Рудич

Підп. до друку 14.01.2021. Формат 60x90^{1/16}. Папір офсетний.

Ум. друк. арк. 10,7. Тираж 300 пр. Зам. 4.

Гарнітура Times New Roman Cyr.

Друк – Редакційно-видавничий відділ Полтавського державного аграрного університету

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №2174 від 26.04.2005 р.

Адреса: 36003, м. Полтава, вул. Сковороди, 1/3